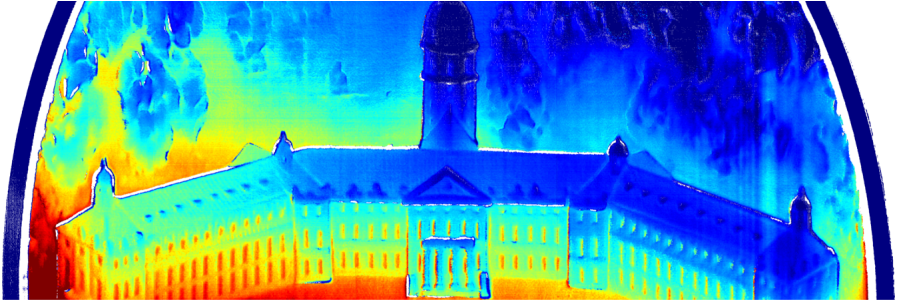

Miro Taphanel

Chromatisch konfokale Triangulation

Hochgeschwindigkeits 3D-Sensorik auf Basis der
Wellenlängenschätzung mit optimierten Filtern



Schriftenreihe Automatische Sichtprüfung und Bildverarbeitung | Band 11

Miro Taphanel

Chromatisch konfokale Triangulation

Hochgeschwindigkeits 3D-Sensorik auf Basis der
Wellenlängenschätzung mit optimierten Filtern

Schriftenreihe Automatische Sichtprüfung und Bildverarbeitung
Band 11

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. habil. Jürgen Beyerer

Lehrstuhl für Interaktive Echtzeitsysteme
am Karlsruher Institut für Technologie

Fraunhofer-Institut für Optronik, Systemtechnik
und Bildauswertung IOSB

Chromatisch konfokale Triangulation

Hochgeschwindigkeits 3D-Sensorik auf Basis der
Wellenlängenschätzung mit optimierten Filtern

von
Miro Taphanel

Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie
KIT-Fakultät für Informatik

Tag der mündlichen Prüfung: 14. Januar 2015
Erster Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Jürgen Beyerer
Zweiter Gutachter: Prof. Dr. Wolfgang Osten

Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
KIT Scientific Publishing
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark
of Karlsruhe Institute of Technology.
Reprint using the book cover is not allowed.

www.ksp.kit.edu



*This document – excluding the cover, pictures and graphs – is licensed
under a Creative Commons Attribution-Share Alike 4.0 International License
(CC BY-SA 4.0): <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en>*



*The cover page is licensed under a Creative Commons
Attribution-No Derivatives 4.0 International License (CC BY-ND 4.0):
<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/deed.en>*

Print on Demand 2018 – Gedruckt auf FSC-zertifiziertem Papier

ISSN 1866-5934

ISBN 978-3-7315-0646-1

DOI 10.5445/KSP/1000066977

Danksagungen

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Interaktive Echtzeitsysteme der Fakultät für Informatik des Karlsruher Instituts für Technologie.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr.-Ing. habil. Jürgen Beyerer, Institutsleiter des Fraunhofer IOSB, für die wissenschaftlichen Freiheiten, die vielen Anregungen und Diskussionen. Insbesondere möchte ich mich für sein Vertrauen zu Beginn der Arbeit und die besonders wertvollen Hinweise zur Schätztheorie bedanken.

Herrn Professor Dr. Wolfgang Osten, Institutsleiter des Instituts für Technische Optik an der Universität Stuttgart, gilt mein Dank für die Übernahme des Korreferats und sein Interesse an dieser Arbeit.

Bei den Kollegen des Lehrstuhls für Interaktive Echtzeitsysteme möchte ich mich für die vielen wertvollen Diskussionen bedanken und für die Unterstützung beim Korrekturlesen.

Herzlich bedanken möchte ich mich auch bei meinen Kollegen der Abteilung Sichtprüfsysteme des Fraunhofer IOSB für die große Unterstützung bei den experimentellen Ausbauten. Insbesondere dem Abteilungsleiter Professor Dr.-Ing. Thomas Längle danke ich für die gewährten Freiräume und die kontinuierliche Unterstützung der Arbeit.

Inhaltsverzeichnis

1 Zusammenfassung	1
2 Einleitung	5
2.1 Motivation	5
2.2 Ziele	8
2.3 Beiträge	9
2.4 Gliederung	10
3 Stand der Forschung	11
3.1 Konfokale 3D-Messtechnik	11
3.1.1 Konfokale 3D-Hochgeschwindigkeitsmessung	12
3.1.2 Chromatisch konfokales Messprinzip	13
3.1.3 Konfokales Theta-Mikroskop	14
3.2 Messverfahren mit problemspezifischen Filtern	15
3.2.1 Spektrale Identifikationsaufgabe	16
3.2.2 Spektral kodierte Messsignale	17
3.3 Optimierung von Interferenzfiltern	20
3.4 Optimale Auslegung von Sensoren	21
4 Modellierung chromatischer Sensoren	27
4.1 Modellierung der Sensoroptik	28
4.1.1 Das konfokale Mikroskop	28
4.1.2 Konfokales Theta-Mikroskop	35
4.1.3 Chromatisch konfokaler Triangulationssensor	40

4.2	Signalmodell für Kamerasensoren	45
4.2.1	Multispektrales Kameramodell	46
4.2.2	Rauschmodell	50
4.2.3	Intensitätsnormiertes Kameramodell	53
4.2.4	Intensitätsnormiertes Rauschmodell	53
4.2.5	Anmerkungen	55
5	Signalverarbeitung für chromatische Sensoren	57
5.1	Klassisches Messprinzip mit Spektrometer	57
5.2	Messprinzip mit multispektraler Kamera	58
5.2.1	Schätzverfahren zur Messgrößenbestimmung	59
5.2.2	Datenreduktion durch Intensitätsnormierung	61
6	Optimierung von Filtersätzen	65
6.1	Optimierung von Interferenzfiltern	66
6.2	Teilprobleme der Optimierung	69
6.2.1	Teilproblem des Beobachtungsrauschens	70
6.2.2	Teilproblem der Eindeutigkeit	71
6.3	Optimale Filtersätze und ganzheitliche Entwurfsprinzipien	73
6.3.1	Cramér-Rao-Ungleichung	74
6.3.2	Bayesian Experimental Design	78
6.3.3	Bhattacharyya-Ungleichung	82
7	Ergebnisse	91
7.1	Experimente mit unterschiedlichen Filtersätzen	92
7.1.1	CCT-Sensor mit Spektrometer	93
7.1.2	CCT-Sensor mit RGB-Filtersatz	95
7.1.3	CCT-Sensor mit optimierten Interferenzfiltern	98
7.2	Optimierung von Interferenzfiltern	106
7.2.1	Optimierungsergebnisse	115
7.3	Zusammenfassung und quantitativer Vergleich	118
8	Abschlussbemerkungen	121
8.1	Zusammenfassung	121
8.2	Ausblick	123
	Anhang	145

Symbolverzeichnis

a_i	Modellparameter
Δa	Abstand des Messobjekts zur Linse
A	Fläche eines Kamerapixels
α	Einfallswinkel des Lichtes
$\alpha_{\text{in}}, \alpha_{\text{ab}}$	Polwinkel in Kugelkoordinaten
α_{NA}	halber objektseitiger Öffnungswinkel
α^\perp	Polwinkel bezüglich der Oberflächennormale
β	Substitutionsvariable zur Berücksichtigung der Filtersubstratdicke
C	charakteristische Matrix des Schichtsystems
circ(.)	Indikatorfunktion der Kreismenge
d_{B}	Durchmesser der optischen Blende
d_{G}	Gitterperiode des Beugungsgitters
$d_{\text{N},i}$	Schichtdicke der i -ten Schicht
$d_i(h)$	Differenz einer Beobachtung vom Erwartungswert im i -ten Kamerakanal

$\mathbf{d}(h)$	Differenzenvektor der Beobachtungen vom Erwartungswertvektor
$\delta(\cdot)$	<i>Dirac</i> -Funktion
e	Anzahl Elektronen
η	Substitutionsvariable zur kompakten Interferenzfilterberechnung
ε_{ij}^-	i, j -te Element der inversen Kovarianzmatrix Σ^{-1}
$f_i(\lambda)$	optische Filtertransmissionsfunktion
F_{h°	<i>Fisher</i> -Information
FWHM	Halbwertsbreite (<i>full width at half maximum</i>)
g_i	Intensitätswert des i -ten Kamerakanals
$g_{\mu,i}$	Intensitätserwartungswert des i -ten Kamerakanals
\mathbf{g}_i	kompakte Darstellung des intensitätsnormierten Kameramodells
\mathbf{g}_d	Intensitätsdunkelwert
\mathbf{g}_C	intensitätsnormierter Chromatizitätsvektor
\mathbf{g}_P	projizierter Chromatizitätsvektor
\mathbf{g}_μ	erwarteter mittlerer Intensitätsvektor
$G_{K,i}$	Zufallsvariable bezüglich des i -ten Kamerakanals
\mathbf{G}_K	Zufallsvariablenvektor der Kamera
\mathbf{G}_T	transformierter intensitätsnormierter Zufallsvektor
γ_{diff}	Beugungswinkel
$\gamma_{\text{in}}, \gamma_{\text{ab}}$	Azimutwinkel in Kugelkoordinaten
γ^\perp	Azimutwinkel bezüglich der Oberflächennormale
\mathbf{v}_i	

h	relative Objekthöhe
h°	Arbeitspunkt, bzw. eine Höhe im Messbereich
$\hat{h}(\mathbf{g})$	Schätzfunktion bezüglich des Parameters h
$\hat{h}_{\text{LS}}(\mathbf{g})$	<i>Least-Square</i> -Schätzfunktion
$\hat{h}_{\text{MAP}}(\mathbf{g})$	<i>Maximum-a-posteriori</i> -Schätzfunktion
$\hat{h}_{\text{ML}}(\mathbf{g})$	<i>Maximum-Likelihood</i> -Schätzfunktion
h_{min}	untere Grenze des Messbereichs
h_{max}	obere Grenze des Messbereichs
h_{PSF}	Amplitudenpunktverwaschungsfunktion
H_1	<i>Struve</i> -Funktion erster Ordnung
i	imaginäre Einheit
i	Index
$I(x_S, y_S)$	Intensität am Detektor
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
j	Index
J_i	<i>Bessel</i> -Funktion i -ter Ordnung und erster Art
J_E	Funktional zur Bewertung der Sensorempfindlichkeit
J_{Bhat}	Funktional zur Bewertung mittels <i>Bhattacharyya</i> -Ungleichung
J_{Bayes}	Funktional zur Bewertung im Bayesschen Sinne
J_{CR}	Funktional zur Bewertung mittels <i>Cramér-Rao</i> -Ungleichung
J_U	Funktional zur Bewertung der Messunsicherheit
k_i	Systemverstärkung des i -ten Kamerakanals
$K(x, y)$	örtliche Detektorsensitivität

κ	Exponent der <i>Bhattacharyya</i> -Ungleichung
l	geometrische Distanzvariable
$l(\lambda)$	Spektrum der Lichtquelle
$L(\cdot)$	spektrale Strahldichte
λ	Wellenlänge
$\hat{\lambda}$	Schätzwert bezüglich der Wellenlänge
λ_F	fokussierte Wellenlänge
$\lambda_{\min}, \lambda_{\max}$	Wellenlängen an der Grenze des Messbereichs
$\Delta \lambda$	Diskretisierungsschritt der Wellenlänge
m	Anzahl der Diskretisierungsschritte im Messbereich
m_G	Beugungsordnung
$\hat{\mu}$	geschätzter Erwartungswert
n	Anzahl der multispektralen Kamerakanäle
N_i	Brechungsindex der i -ten Schicht
ν	normierte rotationssymmetrische optische Koordinaten
Ω	Raumwinkel
$p(\mathbf{g})$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
$P(\cdot)$	Wahrscheinlichkeit
$P_B(\xi, \zeta)$	Blendenöffnungsfunktion
$P_D(\xi, \zeta)$	defokussierte Blendenöffnungsfunktion
$P_R(\xi, \zeta)$	rotationssymmetrische defokussierte Blendenöffnungsfunktion
\mathbf{p}	Parametervektor aller Filter
\mathbf{p}^*	optimaler Parametervektor

\mathbf{p}_i	Parametervektor des i -ten Filters
ϕ	Anteil von s-polarisiertem Licht
ψ	Substitutionsvariable zur kompakten Interferenzfilterberechnung
$q(\lambda)$	Quanteneffizienz
$r(x, y)$	Reflektanz des Messobjekts
r_{\min}	minimale modellierte Reflektanz des Messobjekts
r_{BRDF}	bidirektionale Reflektanzverteilungsfunktion
R_{F}	Reflektanz eines Interferenzfilterschichtsystems
\mathcal{R}_i	Integrationsgebiet
\mathbf{R}_n	n dimensionale Roatationsmatrix
ρ	rotationssymmetrische Koordinate bezüglich der Apertur
s	Anzahl der Interferenzschichten
s_{h°	<i>Fisher score</i>
$s(\lambda, \lambda_{\text{F}})$	spektrales Signal
σ	Standardabweichung
$\hat{\sigma}$	geschätzte Standardabweichung
σ_a	Standardabweichung des Ausleserausens
σ_d	Standardabweichung des Dunkelrauschens
σ_g	Standardabweichung des Intensitätsrauschens
σ_q	Standardabweichung des Quantisierungsrauschens
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Parameter einer <i>Gauß</i> approximierten Intensitätsverteilung
Σ	Kovarianzmatrix

t	normierte optische Koordinaten in x -Richtung
T	Integrationszeit der Kamera
T_{F}	Transmission eines Interferenzfilterschichtsystems
θ	Verkipfungswinkel des konfokalen Theta-Mikroskops
θ_i	Rotationswinkel
u	normierte Koordinate in Richtung der optischen Achse
$u(\cdot)$	Nutzenfunktion im Bayesschen Kontext
V	optische Vergrößerung
w	normierte optische Koordinaten in y -Richtung
w_{ij}	Gewichtungsfaktoren
$w(h_i, h_j)$	heuristische Gewichtungsfunktion
W	Gewichtungsmatrix
x, y, z	kartesische Koordinaten
$x_{\text{Abb}}, y_{\text{Abb}}$	kartesische Koordinaten im abbildenden System
$x_{\text{Bel}}, y_{\text{Bel}}$	kartesische Koordinaten im Beleuchtungssystem
$x_{\text{K}}, y_{\text{K}}$	kamerafeste Koordinaten
$x_{\text{S}}, y_{\text{S}}$	Koordinaten bezüglich der Scanposition des Messobjekts
x	kartesische Koordinaten in Vektorschreibweise
ξ, ζ	aperturfeste Koordinaten
Δz	Defokussierung

Abkürzungen

Bh	<i>Bhattacharyya</i> -Ungleichung
BRDF	bidirektionale Reflektanzverteilungsfunktion
CCT	<i>chromatic confocal triangulation</i>
circ	Indikatorfunktion der Kreismenge
CR	<i>Cramér-Rao</i> -Ungleichung
FWHM	Halbwertsbreite (<i>full width at half maximum</i>)
LS	<i>Least-Square</i> -Schätzfunktion
MAP	<i>Maximum-a-posteriori</i> -Schätzfunktion
MKL	Mehrklassenfall
ML	<i>Maximum-Likelihood</i> -Schätzfunktion
NA	numerische Apertur
RGB	rot, grün, blau
RMSE	<i>root mean square error</i>
SiO ₂	Siliziumdioxid
SNR	Signal-Rausch-Verhältnis
Ta ₂ O ₅	Tantalpentoxid
ZKL	Zweiklassenfall

1

Zusammenfassung der Arbeit

Die Qualitätsprüfung technischer Oberflächen erfährt gegenwärtig einen Wandel. Aufgabenstellungen, für die klassischer Weise ein taktiles Profilometer eingesetzt wurden, werden vermehrt durch flächenhafte 3D-Messtechnik gelöst. Dieser Trend profitiert dabei von einem gesteigerten Informationsgehalt. Gilt es beispielsweise das Rückhaltevermögen für Öl von Zylinderlaufflächen zu prüfen, ist unter anderem von Interesse, ob die einzelnen Reservoirs miteinander verbunden sind. Nur eine flächige Prüfung kann diese funktionalen Eigenschaften ermitteln. Ausdruck dieser Veränderung ist die aktuell entstehende Normreihe DIN EN ISO 25178 [Din11].

Die Entwicklung hat auch eine Kehrseite, die auf das gestiegene Datenaufkommen zurückzuführen ist. Das flächige Abtasten einer Oberfläche erfordert viele Messpunkte, insbesondere wenn kleine Details auf großen Flächen geprüft werden müssen. Verglichen mit den heute verfügbaren Messverfahren sind lange Prüfzeiten die Folge. Als Konsequenz erlaubt der Stand der Technik keine 100%-Qualitätskontrolle, sondern lediglich die Prüfung von Stichproben.

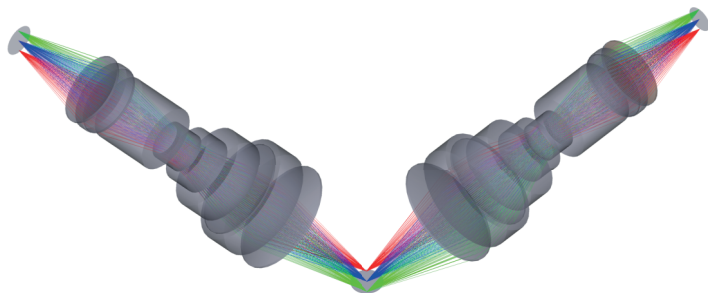


Abbildung 1.1: Strahlengang eines CCT-Sensors mit seinen charakteristischen separaten Optiken für Beleuchtungs- und Abbildungsstrahlengang

Diese Arbeit befasst sich mit einem optischen 3D-Sensor, der das technische Problem der zu langsamen Messgeschwindigkeit adressiert. Das Messprinzip des chromatisch konfokalen Triangulationssensors (CCT¹-Sensor) basiert auf einer Kodierung des Objektabstandes durch die Wellenlängen von annähernd monochromatischem Licht. Zur Messung der Objekthöhe muss die fokussierte Wellenlänge bestimmt werden, welche mittels einer multispektralen Kamera geschätzt wird. Diese ist durch die spektralen Empfindlichkeiten der einzelnen Kamerakanäle charakterisiert und deren Optimierung bildet den Hauptteil dieser Arbeit.

Das optische Messprinzip des neuartigen CCT-Sensors wurde speziell für Hochgeschwindigkeitsmessungen entwickelt. Die Optik kann als konfokales Theta-Mikroskop beschrieben werden, welches um das chromatische Messprinzip erweitert wurde. Ein solches Mikroskop ist dadurch gekennzeichnet, dass Beleuchtungs- und Abbildungsstrahlengang durch zwei separate und gegeneinander geneigte Optiken realisiert werden. Durch die zusätzliche chromatische Aufspaltung des Lichts können die zu messenden Objekthöhen durch unterschiedliche Wellenlängen kodiert werden. Der Vorteil dieses optischen Aufbaus liegt in einer geringen Halbwertsbreite des spektralen Signals. Gegenüber chromatischen Sensoren, die gemäß des Stands der Forschung aufgebaut sind, wird dadurch eine gesteigerte Messempfindlichkeit erzielt.

¹ CCT steht für *chromatic confocal triangulation*. Der Name wurde in Anlehnung an den chromatischen Triangulationssensor der Offenlegungsschrift [Kör04b] gewählt.

Der Hauptbeitrag dieser Arbeit behandelt die Optimierung einer multispektralen Kamera. Auf Basis der Schätztheorie wird dazu im ersten Schritt die Messunsicherheit des gesamten CCT-Sensors quantifiziert und anschließend optimiert. Als Freiheitsgrade werden dabei die Schichtdicken von Interferenzfiltern angepasst und dadurch die Transmission der Filter eingestellt. Dieses Vorgehen ist in der Literatur unter dem englischen Begriff *Experimental Design* bekannt. Die dort vorgeschlagenen Ansätze zur Quantisierung der Messunsicherheit sind jedoch unzureichend. Analytische Ansätze können nicht angewendet werden, da ein nichtlineares Sensormodell vorliegt. Numerische Lösungen für beispielsweise das *Bayesian Experimental Design* haben einen sehr hohen Rechenaufwand zur Folge, welcher die praktische Anwendbarkeit erschwert. In dieser Arbeit wird als Alternative eine approximative Lösung des *Bayesschen* Ansatzes vorgestellt, welche sehr effizient ausgewertet werden kann.

Die Idee, chromatische Abstandssensoren durch den Einsatz einer multispektralen Kamera zu beschleunigen, wurde bereits mehrfach veröffentlicht. Die vorgeschlagenen spektralen Empfindlichkeiten der Kamerakanäle entsprechen denen von RGB-Filtern oder vergleichbaren Filtersätzen. Problematisch ist bei diesem Ansatz die damit einhergehende hohe Messunsicherheit bei der Schätzung der Wellenlänge. Durch die optimierten Interferenzfilter des CCT-Sensors kann diese reduziert werden. Des Weiteren kann diese geringere Messunsicherheit über einen deutlich größeren spektralen Bereich realisiert werden. Dadurch lassen sich CCT-Sensoren mit vergleichsweise großem Messbereich aufbauen.

Auf der anderen Seite existieren auch chromatische Sensoren, die zur Schätzung der Wellenlänge ein Spektrometer verwenden. Dieser Ansatz ermöglicht im Vergleich noch geringere Messunsicherheiten, kann aber nicht das ursprüngliche technische Problem einer flächigen Hochgeschwindigkeitsmessung lösen. Typischerweise beinhaltet dieser Ansatz tausend Pixel pro Messpunkt, wodurch die Messgeschwindigkeit durch den Transfer dieser Daten limitiert ist.

Die beschriebene Methodik wurde genutzt, um einen CCT-Sensor mit einer sechskanaligen multispektralen Kamera aufzubauen. Die experimentellen Ergebnisse bestätigen die geringere Messunsicherheit im Vergleich zum Stand der Forschung. Das Potenzial dieses Messprinzips liegt in der Kombination mit der gleichzeitig hohen Messgeschwindigkeit.

Aktuelle Umfragen unter Experten ergeben, dass eine industrielle Revolution erwartet wird [Kag13]. Unter dem Schlagwort »Industrie 4.0« wird eine hoch automatisierte, selbstorganisierende Massenproduktion für individuelle Produkte angekündigt. Dieses Szenario stellt auch die zukünftige Qualitätskontrolle vor enorme Herausforderungen. Da individuelle Produkte geprüft werden müssen, ist die Aussagekraft einer stichprobenhaften Qualitätskontrolle begrenzt. Des Weiteren entfällt die Möglichkeit für einen häufig auftretenden Defekttyp spezialisiertes Messequipment zu entwickeln, da die Produktionsstraße von morgen vom Produkt entkoppelt ist. Durch das geringere Vorwissen über Defekttypen wird die Qualitätssicherungsaufgabe aufwendiger. Benötigt wird eine schnelle und flexibel einsetzbare Messtechnik. Das chromatisch konfokale Messprinzip des CCT-Sensors hat das Potenzial diesen Anforderungen gerecht zu werden.

2

Einleitung

2.1 Motivation

Der chromatisch konfokale Punktsensor hat wesentlich dazu beigetragen, dass optische Sensoren in die taktile Koordinatenmesstechnik Einzug halten [Din11]. Das chromatische Prinzip ermöglicht dabei einen vertikalen Messbereich, wodurch das ansonsten notwendige mechanische Antasten entfällt. Stattdessen wird das reflektierte Licht mit einem Spektrometer analysiert und mittels Signalverarbeitung die Wellenlänge mit maximaler Intensität bestimmt. Über dieses Zwischenergebnis kann auf den Abstand zwischen Sensor und Messobjekt zurückgeschlossen werden. Die eingesetzten Spektrometer beinhalten eine Zeilenkamera mit 500 – 1000 Pixel, welche sehr schnell im kHz-Bereich ausgelesen werden kann. Die Messgeschwindigkeit wird weniger durch die Auslesegeschwindigkeit der Kamera limitiert, sondern entweder durch die begrenzte Intensität der Lichtquelle oder durch die Geschwindigkeit der mechanischen Positionierungen des Sensors.

Diese Situation ändert sich, wenn anstatt eines Punktsensors ein chromatisch konfokaler Zeilensensor aufgebaut wird. Dabei muss wieder für jeden Messpunkt ein Spektrometer technisch realisiert werden, was typischerweise durch eine hyperspektrale Kamera gelöst wird [Rup04b]. Die Spektren der einzelnen Messpunkte werden dabei auf einem Flächenchip nebeneinander angeordnet. Die Frameraten solcher Flächenchips liegen je nach Pixelan-

zahl im einstelligen kHz-Bereich. Folglich sind chromatische Zeilensensoren in ihrer Messgeschwindigkeit durch die Auslesegeschwindigkeit der beinhalteten Flächenkamera limitiert.

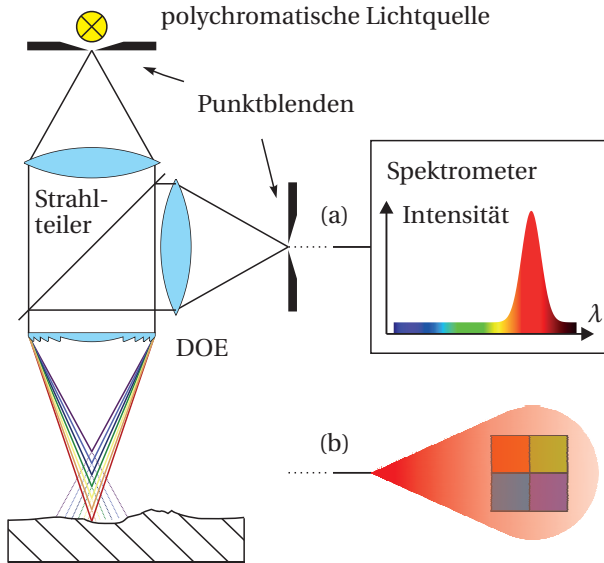


Abbildung 2.1: Chromatisch konfokaler Punktsensor mit Spektrometer (a) und die in dieser Arbeit behandelte Alternative einer multispektralen Kamera (b). Die dargestellte wellenlängenabhängige Fokussierung wird durch ein *diffractive optical element* (DOE) realisiert [Rup04b, Hil12].

Durch den alternativen Einsatz einer multispektralen Kamera, welche mit wenigen Kamerapixeln pro Messpunkt auskommt, kann dieses technische Problem überwunden werden. Zusätzlich kann ausgenutzt werden, dass beim Spektrometeransatz der Großteil der erhobenen Daten keine Information über die Messgröße enthält. Wird beispielsweise das in Abbildung 2.1 visualisierte Lichtspektrum abgetastet, dann sind zur Schätzung des Maximums nur die Intensitätswerte des rot dargestellten Konfokalpeaks relevant [Vdi10]. Somit werden auch beim Spektrometeransatz nur wenige Kamerakanäle für die Schätzung der Wellenlänge verwendet. Prinzipiell hat der

Ansatz mittels multispektraler Kamera das Potenzial die Messgeschwindigkeit zu beschleunigen und zum Spektrometeransatz vergleichbare Messunsicherheiten zu realisieren.

Das Problem der Messgeschwindigkeit wird deutlich, wenn der Stand der Technik für kommerziell erhältliche chromatisch konfokale 3D-Sensoren betrachtet wird. Aus Tabelle 2.1 geht hervor, dass die Zeilenraten von Zeilensensoren gegenüber Punktsensoren deutlich geringer sind. Sowohl der chromatische Punktsensor als auch der CCT-Sensor beinhalten eine Zeilenkamera, weswegen beide ein vergleichbares Geschwindigkeitspotenzial aufweisen. Der Vorgriff auf die Ergebnisse dieser Arbeit zeigt, dass auch die vorhergesagten Messunsicherheiten des CCT-Sensors in der gleichen Größenordnung liegen. Diese Einordnung soll die messtechnische Relevanz des in dieser Arbeit untersuchten CCT-Sensors aufzeigen.

Hersteller, Produkt	Zeilenrate	Messpunkte pro Zeile	Genauigkeit	vertikaler Messbereich
Chromatisch konfokaler Punktsensor				
MICRO-EPSILON TM , IFS 2405-1	70 kHz	1	28 nm	3 mm
Chromatisch konfokale Zeilensensoren				
STIL TM , MPLS-180-Wavy	1,8 kHz	180	2,5 μm	2 mm
PRECITEC TM , CLS1	2 kHz	192	0,6 μm	0,95 mm
FocalSpec TM , SQM 1200	0,2 kHz	1000	1 μm	6 mm
CCT-Sensoren (als Experiment aufgebaut)				
RGB-Filter	13 kHz	4096	4 μm – 90 μm	20 mm
6 Interferenzfilter	10 Hz	500	0,5 μm – 3,9 μm	20 mm
Potenzial des CCT-Sensors (Angaben auf Basis verfügbarer Hardware)				
4 Interferenzfilter	100 kHz	2300	0,18 μm – 0,58 μm	2 mm

Tabelle 2.1: Vergleich des CCT-Messprinzips mit kommerziellen Produkten.

2.2 Ziele

In dieser Arbeit wird ein Messprinzip untersucht, das in Zukunft zur Steigerung der Messgeschwindigkeit von chromatisch konfokalen Zeilensensoren beitragen könnte. Der Einsatz einer multispektralen Kamera zur Schätzung der Wellenlänge ermöglicht implizit hohe Messgeschwindigkeiten. Damit sich dieser Ansatz für messtechnische Aufgaben eignet, soll als zentrale Aufgabe die Messunsicherheit des Gesamtsystems reduziert werden.

Daraus folgt als Ziel der Arbeit die Optimierung einer multispektralen Kamera zur Schätzung der Wellenlänge von annähernd monochromatischem Licht. Eine multispektrale Kamera besteht aus mehreren Kanälen, welche jeweils eine einzigartige spektrale Empfindlichkeit besitzen. Diese wird durch optische Filter eingestellt, wozu in dieser Arbeit Interferenzfilter zum Einsatz kommen. Da es sich beim CCT-Sensor um ein neuartiges Sensorprinzip handelt, soll auch die grundsätzliche Machbarkeit gezeigt werden [Tap11]. Durch eine experimentelle Umsetzung ist auch eine quantitative Einordnung in den Stand der Forschung möglich.

Die Arbeit erhebt nicht den Anspruch, eine optimale multispektrale Kamera zu finden. Dadurch wird das Problem ausgeklammert, dass die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen nur lokale Minima beschreiben. Des Weiteren werden für die Sensoroptimierung nur Aspekte betrachtet, die einen signifikanten Einfluss auf die Filteroptimierung haben. Insbesondere ist die messtechnische Optimierung der Sensoroptik nicht Bestandteil dieser Arbeit.

2.3 Eigene Beiträge zum Stand der Forschung

Die Hauptbeiträge dieser Arbeit liegen in der Optimierung von optischen Filtern für chromatische Sensoren. Durch die erarbeiteten Ansätze konnten Fortschritte auf dem Gebiet der chromatisch konfokalen 3D-Messtechnik erzielt werden. Eine Übersicht aller Veröffentlichungen ist auf Seite 143 zu finden. Wesentliche Beiträge zur Optimierung einer multispektralen Kamera sind:

- die Optimierung von Interferenzfiltern mit einer Kostenfunktion, die die Messunsicherheit des Gesamtsystems bewertet [Tap13b],
- eine approximative Lösung des *Bayesian Experimental Design* welche effizient ausgewertet werden kann [Tap14b, Tap14a],
- die Generalisierung für multispektrale Kameras, die eine beliebige Anzahl von Kamerakanälen beinhalten können [Tap13b],
- ein Ansatz zur Berücksichtigung von Fertigungstoleranzen der Interferenzfilterfertigung während der Optimierung [Tap13c].

Beiträge für die chromatisch konfokale 3D-Messtechnik sind

- ein neuartiges Messprinzip mit vergleichsweise geringer Messunsicherheit und gleichzeitig hoher Messgeschwindigkeit [Tap12b],
- eine optimale Signalverarbeitung auf Basis der Schätztheorie [Tap13b],
- eine algorithmische Reduzierung des Datenaufkommens durch eine generalisierte Intensitätsnormierung [Tap12c].

Für Evaluationszwecke wurde des Weiteren als Experimente:

- ein CCT-Sensor mit Hochgeschwindigkeits RGB-Kamera aufgebaut [Tap12b].
- ein CCT-Sensor mit optimierter multispektraler Kamera mit sechs Kanälen realisiert [Tap13b].
- ein CCT-Sensor mit Spektrometeransatz umgesetzt.

2.4 Gliederung

Diese Arbeit beginnt mit einem Überblick über den Stand der Technik. Dort wird auf die optischen Aspekte des CCT-Sensors, auf die Anwendung multispektraler Kameras und auf Optimierungsaspekte eingegangen.

In Kapitel 4 wird der CCT-Sensor physikalisch modelliert. Zuerst wird dazu ein Optimummodell entwickelt, indem die Eigenschaft einer beugungsbegrenzten Abbildung betrachtet wird. Anschließend wird die multispektrale Kamera beschrieben, wobei auch das Rauschverhalten berücksichtigt wird.

Im anschließenden Kapitel 5 wird die Signalverarbeitung auf Basis der Schätztheorie behandelt. Zusätzlich wird eine Intensitätsnormierung vorgestellt, welche zur Datenreduktion genutzt werden kann.

In Kapitel 6 werden drei Ansätze zur Sensoroptimierung vorgestellt. Der erste Ansatz basiert auf der *Cramér-Rao*-Ungleichung. Als zweiter Ansatz wird das *Bayesian Experimental Design* betrachtet und für dieses abschließend eine approximative Lösung entwickelt, welche auf der *Bhattacharyya*-Ungleichung basiert.

Kapitel 7 fasst experimentelle und Simulationsergebnisse zusammen und stellt einen quantitativen Bezug zum Stand der Forschung und Technik her. Kapitel 8 enthält eine Zusammenfassung der Ergebnisse und einen Ausblick auf zukünftige Arbeiten.

3

Stand der Forschung

3.1 Konfokale 3D-Messtechnik

Das konfokale Abbildungsprinzip geht zurück auf ein Patent von Marvin Minsky [Min57]. Für ein optisches System, bestehend aus Beleuchtungs- und Abbildungsoptik, werden als wesentliche Idee zwei Punktblenden eingeführt. Zusätzlich ist erforderlich, dass sich die so realisierte Punktlichtquelle und der Punktdetektor im Objektraum einen gemeinsamen Brennpunkt teilen. Dieses konfokale optische Gesamtsystem ermöglicht nur punktuelle Messungen, weist aber gegenüber einem optischen System ohne zweifache Punktblende eine verbesserte Abbildungsleistung auf. Zum einen kann das Licht lateral kompakter fokussiert werden, sodass kleinere Objektstrukturen abgebildet werden können [Wil90a]. Zum anderen führt eine Defokussierung zu einem schnellen Intensitätsabfall. Diese Eigenschaft ermöglicht eine optische 3D-Messung, wobei der Abstand zwischen Objektoberfläche und Optik mit maximaler Intensität ermittelt wird [Lea11]. Dabei profitiert das 3D-Messprinzip besonders von hohen numerischen Aperturen, weswegen typischerweise mikroskopartige Realisierungen vorzufinden sind [Wil84, Bey12].

3.1.1 Konfokale 3D-Hochgeschwindigkeitsmessung

Eine häufig anzutreffende Aufgabenstellung der optischen 3D-Messtechnik ist die flächige Erfassung einer Oberflächentopographie. Die vielleicht einfachste technische Realisierung besteht aus einem konfokalen Punktsensor und einer mechanischen Verfahreinheit zum mäanderförmigen Abrastern der Oberfläche [Lea11]. Das konfokale 3D-Messverfahren erfordert an jedem lateralen Messpunkt zusätzlich eine vertikale Scanbewegung zur Ermittlung des Abstands maximaler Intensität. Dieses Vorgehen korrespondiert mit einer vergleichsweise langen Prüfzeit und ist daher nicht für Hochgeschwindigkeitsmessungen geeignet. Zur Steigerung der Messgeschwindigkeit können drei wesentliche Ideen unterschieden werden:

- Schnelle Aktorik zur Realisierung der Scanbewegungen
- Parallelisierung durch gleichzeitige Messung an mehreren Orten
- Ersetzen der Punktlichtquelle durch eine zeilenartige Beleuchtung

Schnelle Aktoren zur flächigen Abtastung einer Oberflächentopographie können auf unterschiedliche Weise realisiert werden. Z.B. kann die Scanbewegung durch Mikrospiegel oder ein Mikrodisplay umgesetzt werden, wenn nur ein Oberflächenausschnitt der Größe des Sichtfelds des Objektivs betrachtet wird [Lea11]. Die ansteuerbaren Pixel (bzw. Mikrospiegel) fungieren dabei als Punktblenden, welche schnell umgeschaltet werden können. Eine ähnliche Idee verfolgt auch der Ansatz der sogenannten *Nipkow*-Scheibe [Tiz00, Lea11]. Auf dieser rotierenden Scheibe sind spiralförmig Punktblenden angeordnet, sodass während einer Rotation jeder Punkt der Oberfläche gemessen wird. Auch für die vertikale Achse sind optimierte Aktorkonzepte bekannt. Mittels einer schwingenden Stimmgabel kann eine periodische Veränderung des optischen Wegs erreicht werden, wozu ein Prisma oder ein Spiegel an der Stimmgabel angebracht ist [Kör04, Liu10]. Anstatt den Weg direkt zu beeinflussen, kann auch ein adaptiver optischer Spiegel eingesetzt werden, dessen Brennweite kontrolliert angepasst werden kann [Yas03]. Eine weitere Steigerung der Messgeschwindigkeit kann erreicht werden, wenn an unterschiedlichen Orten parallel gemessen wird. Benachbarte konfokale Punktsensoren können gleichzeitig messen, solange diese nicht zu nah nebeneinander angeordnet sind [Paw06, S. 448]. Von dieser Möglichkeit

wird beim Ansatz der *Nipkow*-Scheibe Gebrauch gemacht, indem mehrere Punktblenden spiralförmig angeordnet sind [Tan02]. Eine Umsetzung mit besonderer technischer Relevanz bildet die Gruppe der chromatisch konfokalen Sensoren. Diese fokussieren unterschiedliche Wellenlängen auf unterschiedliche Abstände [Mol84, Dob97, Rup04a, Shi06, Gar08, Chu09]. Das Spektrum des reflektierten Lichts zeigt ein charakteristisches Maximum für die Wellenlänge, die gerade auf der Objektoberfläche fokussiert ist. Die Notwendigkeit einer axialen Scanbewegung entfällt hierbei. Stattdessen wird mit einem Spektrometer die fokussierte Wellenlänge ermittelt. Neben einer axialen Aufspaltung kann das chromatische Prinzip auch für eine laterale Aufspaltung genutzt werden. In diesem Fall werden lateral benachbarte Messpunkte durch unterschiedliche Wellenlängen realisiert [Gro11, Pit03]. Möglich ist auch eine Kombination aus lateraler und axialer Aufspaltung des Lichts [Hil13].

Der dritte prinzipielle Ansatz zur konstruktiven Steigerung der Messgeschwindigkeit ersetzt die Punktlichtquelle eines konfokalen Mikroskops durch eine zeilenartige Beleuchtung. Gleichzeitig wird der Punktdetektor auf der Abbildungsseite als Zeilenkamera ausgeführt, indem mehrere Punktdetektoren nebeneinander angeordnet werden. Streng genommen handelt es sich auf Grund der Spaltblende nicht mehr um ein konfokales Messsystem. Z.B. reduziert sich die laterale Auflösung parallel zur Zeilenbeleuchtung auf die eines konventionellen Hellfeldmikroskops [Wil90a]. Die Möglichkeit zur 3D-Messung bleibt jedoch erhalten und somit können in einer Zeile parallel Messungen durchgeführt werden [Wol06, Wan13]. Das chromatische Prinzip kann mit der linienhaften Beleuchtung kombiniert werden [Lin98, Kör04b, Kör04, CS03, Tap12b].

Neben diesen konstruktiven Ansätzen kann die Messzeit auch durch Hochgeschwindigkeitskameras [Rup08] und intensive Lichtquellen verkürzt werden [Shi04].

3.1.2 Chromatisch konfokales Messprinzip

Der CCT-Sensor ist der Gruppe der chromatisch konfokalen Sensoren zuzuordnen, weswegen der Stand der Forschung dieser Sensoren gesondert betrachtet wird. Chromatisch konfokale Sensoren fokussieren unterschiedliche Wellenlängen in unterschiedlichen Abständen zum Objektiv. Das Spektrum des reflektierten Lichts zeigt ein charakteristisches Maximum für die

Wellenlänge, die gegenwärtig auf der Oberfläche fokussiert ist [Lea11]. Mit einem Spektrometer kann das Lichtspektrum abgetastet und das Maximum bestimmt werden. Die VDI/VDE Richtlinie 2655 [Vdi10] schlägt dazu folgende Auswerteverfahren vor: Maximumermittlung, Schwerpunktbildung und Anpassen einer Parabel oder *Gauß*-Funktion an den Konfokalpeak [Luo12]. Entsprechende chromatische Punktensoren werden am Markt angeboten. Alternativ zum Spektrometer kann die fokussierte Wellenlänge auch mit wenigen optischen Filtern bestimmt werden. Dazu wird die Intensität des reflektierten, fast monochromatischen Lichts durch mehrere Kamerapixel mit unterschiedlicher spektraler Empfindlichkeit gemessen. Eine einfache technische Umsetzung setzt dazu eine handelsübliche RGB-Kamera ein [Kör04b, Rup04b, Rup08, Tap12b]. Jede Wellenlänge korrespondiert dann mit einem dem Menschen nachempfundenen Farbeindruck. Die Signalverarbeitung besteht in diesem Fall darin, den gemessenen drei Farbwerten eine zuvor kalibrierte Objekthöhe zuzuordnen. Dabei wird eine Aufteilung in Farbindensität und Chromatizität vorgenommen, wobei die Chromatizität invariant gegenüber Intensitätsschwankungen ist [Tiz94, Tiz00]. Werden RGB-artige Filter gewählt, besitzt das Messverfahren, verglichen mit dem Spektrometeransatz, eine hohe Messunsicherheit. Als Alternative können auch Filter mit linear zunehmender spektraler Transmission verwendet werden [Ker10, Kim13]. Dadurch wird eine gleichbleibende Messunsicherheit über den gesamten Messbereich erzielt. Verglichen mit einem RGB-Filteransatz ist jedoch eine gesteigerte Messunsicherheit zu erwarten.

3.1.3 Konfokales Theta-Mikroskop

Unter dem Begriff der konfokalen Mikroskopie werden unterschiedliche technische Realisierungen zusammengefasst. Typischerweise realisiert ein konfokales Mikroskop einen koaxialen Strahlengang, bei dem Beleuchtungs- und Abbildungsstrahlengang dasselbe Objektiv passieren. Das Teilgebiet der konfokalen Theta-Mikroskopie verwendet separate Objektive, die jeweils um einen Winkel θ aus der Vertikalen verkippt sind. Wird die Optik des CCT-Sensors für eine Wellenlänge betrachtet, entspricht diese einem konfokalem Theta-Mikroskop.

Der Vorteil eines geteilten konfokalen Aufbaus liegt in einem verbesserten axialen Auflösungsvermögen [Web99a, Web99b, Wan03]. Der Effekt basiert auf dem unterschiedlichen lateralen und axialen Auflösungsvermögen eines klassischen konfokalen Mikroskops [Mul02]. Besonders bei kleinen numerischen Aperturen ist das laterale Auflösungsvermögen deutlich höher als das axiale Auflösungsvermögen. Durch die Verkippung wird erreicht, dass sich das resultierende axiale Auflösungsvermögen aus dem ursprünglichen lateralen und axialen Auflösungsvermögen zusammensetzt [Liu06, Kin04]. Auf diese Weise kann eine deutliche Steigerung der axialen Auflösung erreicht werden [Ste95, Liu08, Che13].

Der positive Effekt einer Verkippung wird maximal genutzt, wenn beide Objektive orthogonal zueinander angeordnet werden [Ste94, Lin96]. Aktuelle Veröffentlichungen behandeln technische Realisierungen mit einer zeilenartigen Beleuchtung, mit dem Ziel, mehrere Messungen gleichzeitig zu realisieren [Sim07, Dwy07, Wan13]. Dieser nicht mehr streng konfokale Aufbau hat große Ähnlichkeit zur sogenannten Lichtschnitt Mikroskopie, welche erstmals im Jahre 1903 veröffentlicht wurde [San11].

3.2 Messverfahren mit problemspezifischen Filtern

Unter dem Sammelbegriff der chromatischen Sensoren werden Messprinzipien zusammengefasst, die die interessierende Messgröße mit Hilfe einer multispektralen Kamera bestimmen. Eine multispektrale Kamera ist dadurch gekennzeichnet, dass mehrere Kamerapixel mit unterschiedlicher spektraler Empfindlichkeit zum Einsatz kommen. Als prominentester Vertreter stellt eine RGB-Kamera eine multispektrale Kamera dar, wobei die spektralen Kanäle dem menschlichen Farbempfinden nachempfunden sind. Im Fokus dieses Abschnitts liegen die Methoden, die zur Gewinnung problemspezifischer Filter eingesetzt werden.

Beim Stand der Forschung sticht die Chemometrie als ein dominantes Anwendungsgebiet heraus. Der wesentliche Unterschied zu anderen messtechnischen Umsetzungen liegt darin, dass bei der Chemometrie störende Substanzen mit modelliert werden. Eine typische Aufgabenstellung besteht in der Konzentrationsmessung einer interessierenden Substanz, die sich in

einem Gemisch unbekannter stöchiometrischer Zusammensetzung befindet. Die prinzipielle Zusammensetzung ist jedoch bekannt und wird zum Entwurf problemspezifischer Filter genutzt. Eine ähnliche Situation würde sich ergeben, wenn der CCT-Sensor während der Messung intensivem Umgebungslicht ausgesetzt würde.

3.2.1 Spektrale Identifikationsaufgabe

Die hier betrachtete spektrale Identifikationsaufgabe hat zum Ziel, die quantitative Zusammensetzung eines Gemisch zu bestimmen. Jede der beteiligten Chemikalien ist dabei durch einen spektralen Absorptionskoeffizienten charakterisiert. Gemäß dem *Lambert-Beer'schen* Gesetz führt dies zu einer konzentrationsabhängigen Dämpfung, die zur Schätzung der interessierenden Konzentration genutzt werden kann [Mor77]. Neben dem klassischen Ansatz, der diese Aufgabenstellung mit einem Spektrometer löst, werden auch technische Realisierungen mit wenigen, problemspezifischen Filtern vorgeschlagen. Eine wichtige Voraussetzung für diese Verfahren ist die Annahme kleiner Konzentrationsänderungen. In diesem Fall kann der exponentielle Charakter des *Lambert-Beer'schen* Gesetzes in guter Approximation als linear angesehen werden [Mor77].

Allen Ansätzen auf diesem Gebiet ist gemein, dass die kontinuierlichen Spektren in eine Vektorrepräsentation überführt werden, indem das Spektrum geeignet abgetastet wird und die Messwerte in einem Vektor organisiert werden. Eine weitere wesentliche Gemeinsamkeit ist, dass der Intensitätswert einer Kamera als Skalarprodukt von Lichtspektrum und Filterspektrum modelliert werden kann [Bia86]. Das Skalarprodukt realisiert dabei approximativ eine elementweise Multiplikation für jede Wellenlänge und eine Integration über die Wellenlänge auf einem breitbandigen Kamerasensor. Durch diese Behandlung der Aufgabenstellung in einem linearen Vektorraum sind alle multivariaten Verfahren anwendbar, die sich in diesem Sinne mit einem Skalarprodukt umsetzen lassen.

Folgende mathematischen Verfahren werden als Filterdesignvorschriften vorgeschlagen:

- Hauptkomponentenanalyse [Nel98, Med05]
- Hauptkomponentenregression [Myr02]
- Lineare Regression [Pra99, Dai07]
- Lineare Diskriminanzanalyse [Bro10]
- Optimalfilter (engl. *matched filter*) [Mor77]
- Normierter Kreuzkorrelationskoeffizient [Tap12d]
- Orthogonale Filter bezüglich Störsubstanzen [Bia86]

Bis auf den Filteransatz des normierten Kreuzkorrelationskoeffizienten ergeben sich für alle anderen aufgelisteten Verfahren aufgrund der Rechenvorschriften Filtercharakteristiken mit positiven und negativen Werten. Technisch können diese durch zwei Filter und zwei Kameras realisiert werden. Jeder Filter setzt dabei entweder nur die positiven oder negativen Transmissionen um. Anschließend wird mittels Signalverarbeitung eine Subtraktion der gemessenen Kameraintensitätswerte durchgeführt [Med05]. Dieses Problem kann aber auch durch einen als Interferenzfilter ausgeführten Strahlteiler gelöst werden, indem die positiven Filterkoeffizienten in Transmission und die Negativen in Reflektion realisiert werden [Myr01].

Besonders hervorzuheben ist eine frühe Arbeit [Mor77], die eine Optimalität auf Basis der Theorie des Kleinste-Quadrate-Schätzers entwickelt. Zur Bewertung dieses Verfahrens wurde mehrfach gezeigt, dass das Signal-Rausch-Verhältnis gegenüber einem klassischen Spektrometeransatz gesteigert werden kann [Hai04, Boy08].

3.2.2 Spektral kodierte Messsignale

Unter Ausnutzung unterschiedlichster physikalischer Effekte ist es möglich, interessierenden Messgrößen ein charakterisierendes Spektrum zuzuordnen. Darauf basierend können z.B. Sensoren zur Temperaturmessung [Rus98], zur Konzentrationsmessung [Fon95], Stromstärkesensoren [Jon98],

Abstandssensoren [Hut88, Cas12] und für andere Messgrößen aufgebaut werden [Lee03]. Die Information über die Ausprägung der interessierenden Messgröße ist dabei im Lichtspektrum enthalten. Mit Hilfe einer multispektralen Kamera kann jedem Spektrum ein Intensitätsvektor zugeordnet werden. Durch einen Kalibriervorgang [Tiz00] oder Lernprozess [Ahm97] kann von dem so ermittelten Intensitätsvektor wieder auf den zugrundeliegenden Messwert zurückgeschlossen werden. Typischerweise wird bei chromatischen Sensoren der Intensitätsvektor in einen Chromatizitätsvektor umgerechnet, indem eine Intensitätsnormierung durchgeführt wird [Jon93, Jäh05, Jon08]. Dadurch wird erreicht, dass die Messung invariant gegenüber absoluten Intensitätsänderungen ist, die z.B. durch variierende Oberflächenreflektanzen auftreten können.

Die involvierte multispektrale Kamera, welche jedem Lichtspektrum einen Intensitätsvektor zuordnet, ist durch ihre optischen Filter charakterisiert. Um diese zu optimieren, müssen zwei wesentliche technische Probleme gelöst werden [Jon08]:

- Die Empfindlichkeit des Messverfahrens gilt es zu steigern
- Eine eindeutige Beziehung zwischen Messgröße und Chromatizitätsvektor muss sichergestellt werden

Die spektrale Transmissionscharakteristik der Filter stellt dabei den Freiheitsgrad dar, diese Ziele zu erreichen. Diese Teilprobleme werden in [Jon93] vollständig beschrieben. Eine direkte Optimierung der Filtertransmissionen mit einer Kostenfunktion, die diese Teilprobleme bewertet, wird jedoch nicht durchgeführt. In [Jon00] wurden die Parameter von *Gauß*-artigen Bandpassfiltern angepasst. Die Parameter wurden in Anlehnung an die *Gabor*-Transformation gewählt. Die Idee ist, dass ein Spektrum durch mehrere *Gauß*-artige Signale approximiert werden kann. In der gleichen Arbeit wurden auch Filtersätze mit mehr als drei Filtern untersucht. Das Ergebnis dieses Vorgehens erinnert stark an Bandpassfilter, die spektral nur wenig überlappen. Das Problem der Optimierung von Filtersätzen wird in weiteren Arbeiten pragmatisch gelöst, indem geeignete optische Filter aus einem Filterkatalog ausgewählt wurden [Tiz94, Kim13]. Nach welchen Kriterien diese Auswahl vorzunehmen ist, wird nicht behandelt.

Der Stand der Forschung, der sich von der Farbwahrnehmung des Menschen ableiten lässt, ist etwas fortschrittlicher. Z.B. ist es durchaus üblich, die Transmissionscharakteristik von Interferenzfiltern direkt zu optimieren, um eine gezielte Farbwahrnehmung einzustellen. Im Rahmen der *Optical Interference Coatings* Konferenz 2013 wurde dazu ein Wettbewerb durchgeführt. Ziel waren Interferenzfilter, die unabhängig vom Betrachtungswinkel einen definierten Farbeindruck beibehalten [Hen13]. Ein weiteres Anwendungsfeld ist die Farbmessung, in der es Farbunterschiede zu quantifizieren gilt. Dabei liegt optimaler Weise die Messunsicherheit der Farbmessung unterhalb der Wahrnehmungsschwelle des menschlichen Farbempfindens für Farbunterschiede. Für diese Aufgabenstellung werden optimierte Filtersätze vorgeschlagen, die sich vom klassischen Spektrometeransatz unterscheiden [Fre10]. Konkret wurde eine multispektrale Kamera entworfen, die das einfallende Lichtspektrum als Linearkombination der eigenen Filtertransmissionen schätzt, wobei lediglich sechs bzw. zwölf Interferenzfilter zum Einsatz kommen.

Auch für chromatisch konfokale Abstandssensoren werden Messverfahren mit wenigen optischen Filtern vorgeschlagen. Eine technisch einfache Lösung basiert dabei auf handelsüblichen RGB-Filtern [Tiz00, Kör04b, Rup04b]. Alternativ werden Filtertransmissionen mit Bandpasscharakter [Tiz94] oder linearer monotonen Steigung vorgeschlagen [Ker10, Kim13]. Arbeiten, die den Freiheitsgrad beliebiger Filtertransmissionen im Zusammenhang mit chromatischen Sensoren nutzen, sind nicht bekannt. Ein ähnliches Bild ergibt sich, wenn Abstandssensoren auf Basis der spektral kodierten Streifenprojektion betrachtet werden [Wus91, Häu93, Gen96, Sat99, Lim04, Wie12]. Neben handelsüblichen RGB-Kameras werden auch hier Filter mit monotoner Steigung vorgeschlagen [Taj90].

In [Jon08] wurde als ein Teilproblem der Optimierung ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Messgröße und intensitätsnormierter Beobachtung gefordert. Nach dem Stand der Forschung kann die Eindeutigkeit entweder konstruktiv sichergestellt werden, indem die Filtersätze dahingehend optimiert sind, oder mittels Signalverarbeitung auf Basis zusätzlicher Annahmen hergeleitet werden.

Auf dem Gebiet der farbkodierten Streifenprojektion werden dazu Nachbarschaften betrachtet [Boy87, Sal98, Pag04, Pag05]. Dieses Vorgehen korrespondiert mit der Annahme, dass eine zusammenhängende Oberfläche betrachtet

wird. Auch für chromatische Sensoren kann diese Annahme genutzt werden, indem nur kleine Änderungen des Intensitätsvektors angenommen werden. In diesem Fall können durch Betrachtung des zeitlichen Verlaufs oder von benachbarten Messpunkten Mehrdeutigkeiten aufgelöst werden [Jon00].

3.3 Optimierung von Interferenzfiltern

Die Optimierung von Interferenzfiltern ist für diese Arbeit von besonderem Interesse, wohl wissend, dass auch andere optische Filtertechnologien existieren. Als Alternativen kommen in Frage¹ [Tap12a]:

- Absorptionsfilter nach dem *Dresler*-Prinzip [Ric81]
- Spektrale Filtermasken [Bia86]
- Angepasste Lichtquellen [Mor77, Tap14c]
- Mischungen von absorbierenden Flüssigkeiten [Dai07]
- Plasmonenresonanzfilter [Kim99]

Verglichen mit diesen Technologien haben Interferenzfilter den Vorteil, dass sie sich vergleichsweise effizient berechnen lassen und entsprechende Fertigungsmöglichkeiten bestehen. Die Berechnung der Filtertransmission aus einer Abfolge von Schichtdicken unterschiedlicher Brechungsindizes ist in Standardwerken beschrieben [Fur92, Mac01]. Darüber hinaus sind quellofene Implementierungen verfügbar [Lar08, Orf10]. Für eine Nachimplementierung empfiehlt sich die Veröffentlichung [Lar08], wobei die Berechnung der Ableitung durch das Wiederverwenden von Zwischenergebnissen beschleunigt werden kann [Laa78]².

Die typische Aufgabenstellung, welche bei der Optimierung eines Interferenzfilters bearbeitet wird, ist die Berechnung des notwendigen Brechungsindexverlaufs als Funktion der Schichtposition, um eine vorgegebene Transmissionscharakteristik zu erreichen. Methodisch können ein numerischer

¹ Die Auflistung der optischen Filtertechnologien erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

² In Gleichung 19 auf Seite 540 befindet sich ein Fehler. Zur Behebung müssen die positiven Vorzeichen durch negative Vorzeichen ersetzt werden.

und ein analytischer Ansatz unterschieden werden [Dob78]. Der analytische Ansatz basiert auf einem Zusammenhang der Transmission mit dem Brechungsindexverlauf auf Basis der Fouriertransformation [Wil89, Lar08]. Für dieses Vorgehen ist die Überschrift »Optimierung von Interferenzfiltern« etwas irreführend, da aufgrund eines analytischen Zusammenhangs keine Optimierung notwendig ist. Der analytische Zusammenhang kann jedoch nur approximativ gelöst werden, weswegen weitere Optimierungen notwendig sind [Ver96, Ver08]. Das Ergebnis dieser Methodik sind Filterdesigns mit kontinuierlichem Verlauf des Brechungsindex', welche als *Rugate*-Filter bezeichnet werden [Joh93]. Die Herstellung solcher Filter ist aufwendig, aber nach dem Stand der Technik möglich [Li14].

Der numerische Ansatz basiert auf einem klassischen Optimierungsgedanken, bei dem eine Kostenfunktion den Unterschied zwischen aktueller Lösung und Zieldesign bewertet [Lar08]. Ausgehend von einem Startwert wird dann, z.B. mittels eines gradientenbasierten Verfahrens, die Filtertransmissionscharakteristik dem Zieldesign angenähert. Im Kontext der Interferenzfilteroptimierung wird dieser Vorgang als *Refinement* bezeichnet [Ver97]. Da die Kostenfunktion nicht konvex ist, können nur lokale Minima garantiert werden. Aus diesem Grund werden auch nicht gradientenbasierte Optimierungsverfahren eingesetzt [Mar95, Yan01]. Neben diesen klassischen Ansätzen werden für die Optimierung von Interferenzfiltern auch heuristische Ansätze, wie die *Needle*-Methode oder das *Flip-Flop*-Design angewandt [Dob92]. Bei der *Needle*-Methode wird eine zusätzliche infinitesimal dünne Schicht an der Position mit maximaler Verbesserung der Kostenfunktion eingeführt [Sul96, Tik96, Ver01, Tik07]. Effektiv wird so der Parameterraum der Optimierung um eine Dimension erweitert, und lokale Optima können weiter verbessert werden.

3.4 Optimale Auslegung von Sensoren

Der Stand der Forschung zur optimalen Auslegung von Messinstrumenten stellt ein Teilgebiet der statistischen Versuchsplanung dar (engl. *Design of Experiments*). Die Messung mit einem Sensor wird dabei als ein Experiment betrachtet, für welches es gilt, die einstellbaren Designparameter in optimaler Weise zu wählen. Die Optimalität kann dabei unterschiedlich moti-

viert werden, weswegen alphabetische Kennzeichnungen wie A-Optimalität, D-Optimalität und weitere eingeführt wurden [Cha95, vT11]. Vor dem Hintergrund der messtechnischen Anwendung kann die Güte einer Messung vergleichsweise eindeutig durch die Messunsicherheit bewertet werden [Gum08]. Die Quantifizierung der Messunsicherheit stellt somit ein zentrales Problem dar, wobei die Messunsicherheit als Standardabweichung der Messgrößenschätzung definiert werden kann [Gum08]. Um die Varianz einer Parameterschätzung zu ermitteln, werden in der Literatur drei unterschiedliche Vorgehensweisen vorgeschlagen:

- Herleitung eines analytischen Ausdrucks für die Schätzvarianz
- Approximative Abschätzung mittels einer unteren Schranke
- Numerische Simulation der Messung und der Messunsicherheit

Ein analytischer Ausdruck kann nur für Spezialfälle hergeleitet werden, z.B., wenn ein lineares oder linearisiertes Sensormodell hinreichend ist [Mie94]. Damit eine untere Schranke die wahre Schätzvarianz gut approximiert, müssen gewisse Kriterien erfüllt sein. Eine Voraussetzung ist, dass alle Einflüsse die zur Schätzvarianz beitragen, durch die untere Schranke erfasst werden. Nur für Spezialfälle kann gezeigt werden, dass Schätzfunktionen existieren, welche diese untere Schranke erreichen. In diesem Fall entspricht die Schätzfunktion der *Maximum-Likelihood*-Schätzfunktion [vdB07]. Untere Schranken, wie beispielsweise die *Cramér-Rao*-Ungleichung, zeichnen sich durch eine kompakte analytische Form aus [DD99, VA02].

Die dritte, numerische Herangehensweise ist generell anwendbar, geht jedoch mit einem hohen Rechenaufwand einher. Typischerweise kommen dabei *Monte-Carlo*-Methoden zum Einsatz, wobei auch andere numerischen Methoden vorgeschlagen werden [vT11].

Ist die Messunsicherheit quantifiziert, kann diese direkt als Funktional in einer Optimierungsrechnung minimiert werden, indem die einstellbaren Designparameter geeignet gewählt werden. Diese Vorgehensweise kann sowohl mit der frequentistischen als auch mit der *Bayesschen* Schätztheorie umgesetzt werden [Sam10]. Im frequentistischen Weltbild entspricht die Messgröße einem unbekanntem, nicht zufälligen Parameter. Im *Bayesschen* Kontext beschreibt die Messgröße eine Zufallsvariable, welche durch eine A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung charakterisiert ist.

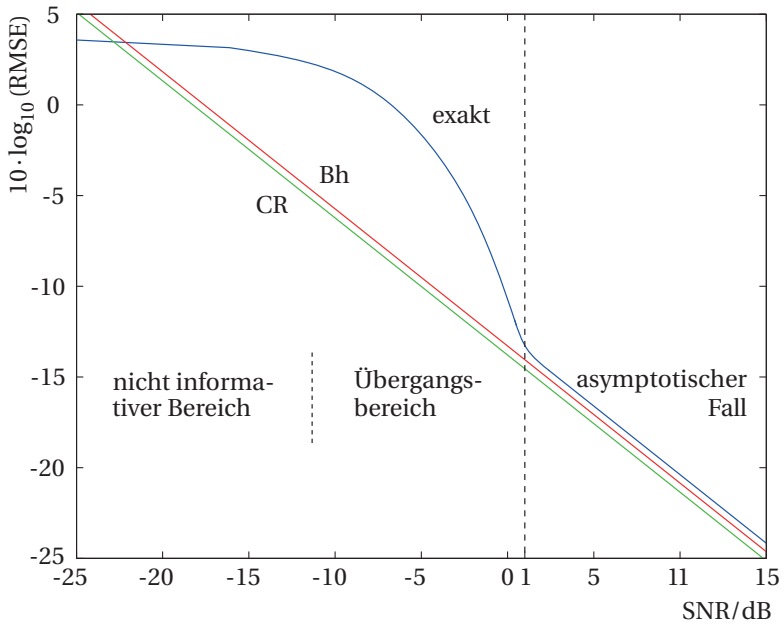


Abbildung 3.1: Zunahme der Schätzunsicherheit für den Fall, wenn das Signal-Rausch-Verhältnis 1dB unterschreitet. Abbildung angelehnt an Abbildung 11 und 22 in [Tre07].

Die drei aufgelisteten Vorgehensweisen werden um eine Approximation der numerischen Simulation erweitert. Diese basiert auf der *Bhattacharyya*-Ungleichung als Spezialfall der *Chernoff*-Ungleichung [Dud01].

Dabei besteht eine Verwechslungsgefahr mit der gleichnamigen *Bhattacharyya*-Ungleichung aus der Parameterschätztheorie, welche analog zur *Cramér-Rao*-Ungleichung eine untere Schranke der Schätzvarianz beschreibt [Tre07]. Um einer späteren Verwechslung vorzubeugen, werden an dieser Stelle die *Bhattacharyya*-Ungleichung und weitere untere Schranken für die Schätzvarianz vorgestellt. Wird in den folgenden Kapiteln von der *Bhattacharyya*-Ungleichung gesprochen, ist jedoch immer die *Bhattacharyya*-Ungleichung als Spezialfall der *Chernoff*-Ungleichung gemeint. Diese wird in Abschnitt 6.3.3 behandelt und stellt *keine* untere Schranke für die Schätzvarianz dar.

Die *Cramér-Rao*-Ungleichung kann als Spezialfall der *Bhattacharyya*-Ungleichung dargestellt werden [Fen59]. Die *Bhattacharyya*-Ungleichung stellt eine schärfere untere Grenze für die Schätzvarianz dar, wofür im Gegensatz zur *Cramér-Rao*-Ungleichung zusätzliche Ableitungen bezüglich der Schätzgröße berücksichtigt werden [Bha46].

In der Literatur existieren weitere untere Schranken wie z.B. die *Bobrovsky-Zakai*-Schranke oder die *Weiss-Weinstein*-Schranke [Tre07]. Diese unteren Schranken bilden das Phänomen einer sprungartigen Zunahme der Schätzvarianz ab. Dieses kann beobachtet werden, wenn das modellierte Signal-Rausch-Verhältnis ein Dezibel unterschreitet. In Abbildung 3.1 ist dazu in doppelt logarithmischer Weise der *Root Mean Square Error* (RMSE) des Schätzfehlers über dem Signal-Rausch-Verhältnis aufgetragen. Die grüne Linie (CR) zeigt die untere Schranke der *Cramér-Rao*-Ungleichung und die rote Linie visualisiert die untere Schranke der *Bhattacharyya*-Ungleichung. Beide untere Schranken bezeichnen eine minimale Varianz. Damit diese mit einem RMSE verglichen werden können, sind die Standardabweichungen der unteren Schranken in Abbildung 3.1 aufgetragen. Des Weiteren soll für diese Betrachtung die Erwartungstreue der Schätzfunktionen gelten. Dadurch beinhaltet der *Mean Square Error* keinen zusätzlichen systematischen Offset zum Schätzwert (Bias) und kann mit der Varianz der unteren Schranken verglichen werden [Bey99, S.112].

Die unteren Schranken können das Verhalten der sprungartigen Zunahme der Schätzvarianz nicht vorhersagen. Für diese Arbeit ist dieses Problem allerdings nicht relevant, da der CCT-Sensor bei einem deutlich höheren Signal-Rausch-Verhältnis betrieben wird. Die Problematik ist in [Tre07] umfassend aufgearbeitet.

Abschließend sei auf eine in Abbildung 3.1 dargestellte Situation hingewiesen, in der der exakte RMSE geringer ist, als die unteren Schranken ($\text{SNR} \approx -22$ dB). Dies ist möglich, da für den skizzierten exakten Fall Vorwissen mit verwendet wird. Im Detail beschreibt der dargestellte exakte Verlauf eine numerische *Bayessche* Lösung, welche sich für sehr kleine SNR auf die a-priori-Wahrscheinlichkeit der Schätzgröße stützen kann.

4

Modellierung chromatischer Sensoren

Chromatische Sensoren haben die gemeinsame Eigenschaft, dass die Information über die interessierende Messgröße in Form eines Lichtspektrums vorliegt. Um auf die Messgröße zu schließen, wird das Licht mittels einer mehrkanaligen Kamera analysiert. Jeder Kanal hat dabei eine charakteristische spektrale Empfindlichkeit, sodass aus den beobachteten Intensitätswerten die Messgröße geschätzt werden kann. Diese Kamera kann sowohl als multispektrale Kamera mit wenigen, sowie als Spektrometer mit vielen Kanälen ausgebildet sein. Das Modell eines chromatischen Sensors stellt somit den Zusammenhang zwischen beobachteten Intensitätswerten und der zugrundeliegenden Messgröße her.

Im ersten Teil dieses Kapitels wird die Sensoroptik betrachtet. Ziel ist hierbei, das Lichtspektrum in Abhängigkeit der Messgröße zu beschreiben. Im zweiten Teil wird die mehrkanalige Kamera modelliert, wobei auch das Kamerarauschen berücksichtigt wird. Abschließend wird in Abschnitt 4.2.3 der Effekt einer Intensitätsnormierung diskutiert, wodurch eine Invarianz der Beobachtung gegenüber variierenden Oberflächenreflektanzen des Messobjekts erzielt werden kann.

4.1 Modellierung der Sensoroptik

Die Modellierung der Optik des CCT-Sensors gliedert sich in drei Abschnitte. Zu Beginn wird der CCT-Sensor als ein konfokales Mikroskop betrachtet. Mithilfe der Theorie der Fourieroptik wird dabei die Auswirkung einer Defokussierung auf die Lichtintensität am Kamerapixel modelliert. Im Gegensatz zum konfokalen Mikroskop kommt beim CCT-Sensor eine zeilenartige Beleuchtung zum Einsatz, was zusätzlich betrachtet wird. Im zweiten Abschnitt wird berücksichtigt, dass der CCT-Sensor einem konfokalen Theta-Mikroskop entspricht. Dabei werden Beleuchtungs- und Abbildungsoptik gegeneinander verkippt. Abschließend wird die chromatische Eigenschaft des CCT-Sensors modelliert, indem die Beugung an einem optischen Gitter berücksichtigt wird. Ziel dieses Abschnitts ist die Modellierung des spektralen Signals $s(\lambda, h)$, welches das Lichtspektrum als Funktion der Wellenlänge λ für eine gegebene Objekthöhe h beschreibt.

4.1.1 Das konfokale Mikroskop

Durch eine paraxiale Betrachtung können die Eigenschaften eines konfokalen Mikroskops gut beschrieben werden. Dazu werden die Beugungseffekte in einem perfekten optischen System betrachtet. Von besonderem Interesse sind dabei zwei unterschiedliche technische Realisierungen: Ein echtes konfokales Mikroskop, bestehend aus einer Punktlichtquelle und einem punktförmigen Kamerapixel [Min57] und die zweite Realisierung mit einer punktförmigen Lichtquelle in Kombination mit einem zeilenförmigen ausgedehnten Detektor. Die Ergebnisse des zweiten Falls sind identisch zur technisch relevanten Umsetzung mit einer zeilenartigen Beleuchtung und vielen in einer Zeile nebeneinander angeordneten Kamerapixel [Paw06, She88, S. 448]. Die paraxiale Betrachtung eines konfokalen Mikroskops mit Beleuchtungs- (Linse 1) und Abbildungsstrahlengang (Linse 2) ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Zur flächigen Messung eines Objektes wird dieses abgerastert, indem es um (x_S, y_S) bewegt wird. Folglich wird in der Literatur auch von einem *scanning confocal microscope* gesprochen [Kin96].

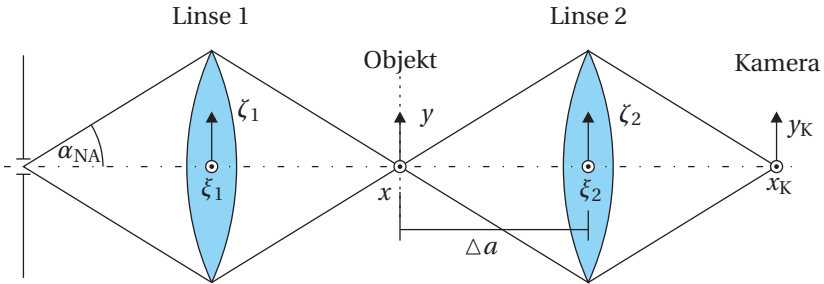


Abbildung 4.1: Strahlengang eines konfokalen Mikroskops gespiegelt an der Objektebene. Typischerweise werden sowohl der Beleuchtungs-, als auch der Abbildungsstrahlengang mit demselben Objektiv realisiert.

Unter Anwendung der Theorie der Fourieroptik kann die Intensität am Detektor [Wil90a]

$$I(x_S, y_S) \propto \iint_{-\infty}^{\infty} \left| \iint_{-\infty}^{\infty} \left(h_{\text{PSF},1}(x, y) h_{\text{PSF},2} \left(x + \frac{x_K}{V}, y + \frac{y_K}{V} \right) \right. \right. \\ \left. \left. r(x - x_S, y - y_S) dx dy \right|^2 K(x_K, y_K) dx_K dy_K, \quad (4.1)$$

als Funktion der Amplitudenpunktverwaschungsfunktionen (engl. *amplitude point spread functions*) der beiden Linsen $h_{\text{PSF},1}$ und $h_{\text{PSF},2}$ beschrieben werden, wobei eine infinitesimal kleine Punktlichtquelle angenommen wird. Die Annahme infinitesimal kleiner Ausdehnungen wird im Folgenden noch häufiger benutzt. Der Begriff »Intensität« und das Proportionalitätszeichen weisen darauf hin, dass kein radiometrisch korrekter Energietransport modelliert wird. Durch entsprechende Normierungsfaktoren könnte $I(x_S, y_S)$ auch als Bestrahlungsstärke dargestellt werden [Hec05, S. 856]. Das Objekt wird durch seine Reflektanzfunktion $r(x, y)$ berücksichtigt und die geometrische Form des Kameradetektors fließt durch die Funktion $K(x_K, y_K)$ mit ein. Im hier betrachteten allgemeinen Fall ist auch eine unterschiedliche Vergrößerung V zwischen Linse 1 und Linse 2 zugelassen, welche aber im Folgenden als $V = 1$ angenommen wird. Das Betragsquadrat $|\cdot|^2$ ist auf den Zusammenhang zwischen Intensität und Amplitude zurückzuführen.

Zur Vereinfachung von (4.1) kann die Amplitudenpunktverwaschungsfunktion durch die Blendenöffnungsfunktion ersetzt werden, indem der Zusammenhang

$$h_{\text{PSF},i}(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} P_{\text{B}}(\xi_i, \zeta_i) \exp\left(\frac{-2\pi i}{\lambda \Delta a} (\xi_i x + \zeta_i y)\right) d\xi_i d\zeta_i \quad (4.2)$$

über die Fouriertransformation ausgenutzt wird [Kin96, S. 11]. Wie in 4.1 dargestellt bezeichnet Δa den geometrischen Abstand zwischen Objekt und Linse. Die Zahl i bezeichnet die imaginäre Einheit. Die Blendenöffnungsfunktion

$$P_{\text{B}}(\xi, \zeta) = \text{circ}\left(\frac{\xi}{d_{\text{B}}/2}, \frac{\zeta}{d_{\text{B}}/2}\right) = \begin{cases} 1, & \text{für } \xi^2 + \zeta^2 \leq (d_{\text{B}}/2)^2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.3)$$

gibt die Transmission in der ξ, ζ -Ebene an und beschreibt hier eine kreisrunde Blende mit Durchmesser d_{B} [Stö93].

Werden (4.3) und (4.2) in (4.1) eingesetzt und als weitere Annahme ein Objekt $r(x,y) = \delta(x)\delta(y)$ mit infinitesimaler Ausdehnung betrachtet, so kann der laterale Intensitätsabfall als Funktion einer Scanbewegung $(x_{\text{S}}, y_{\text{S}})$ bestimmt werden. Im Falle eines idealen Punktdetektors $K(x_{\text{K}}, y_{\text{K}}) = \delta(x_{\text{K}})\delta(y_{\text{K}})$ resultiert der auf eins normierte Intensitätsverlauf [Wil90a]:

$$I(v) = \left(\frac{2J_1(v)}{v}\right)^4,$$

wobei die Rotationssymmetrie der Optik ausgenutzt werden kann und die optischen Koordinaten

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{t^2 + w^2} \\ t &= \frac{2\pi}{\lambda} x_{\text{S}} \sin(\alpha_{\text{NA}}) \\ w &= \frac{2\pi}{\lambda} y_{\text{S}} \sin(\alpha_{\text{NA}}) \end{aligned} \quad (4.4)$$

eingeführt werden. Diese normierten Koordinaten ermöglichen eine von der Wellenlänge und der numerische Apertur $\text{NA} = \sin(\alpha_{\text{NA}})$ unabhängige Betrachtung und werden in Abbildung 4.2 ausgenutzt. Die Funktion $J_1(v)$ bezeichnet eine *Bessel*-Funktion erster Ordnung und erster Art.

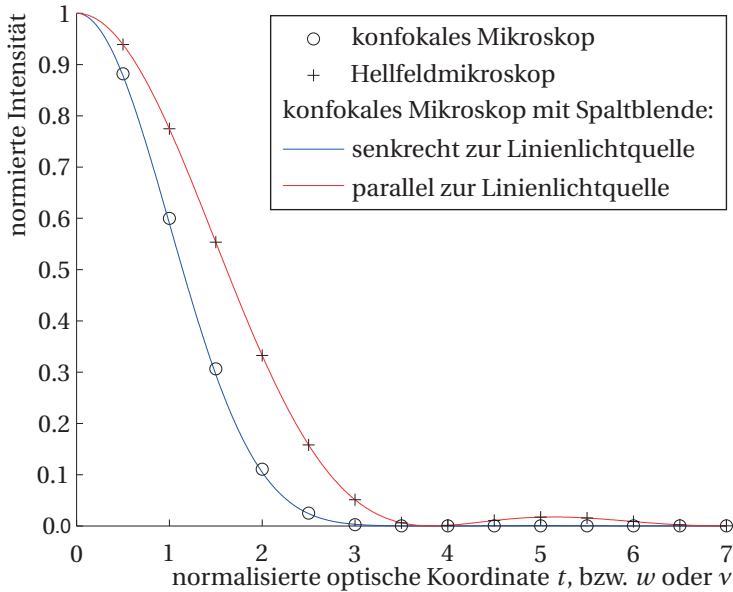


Abbildung 4.2: Veränderung der auf eins normierten Intensität als Funktion einer lateralen Verschiebung eines infinitesimal kleinen Objekts. Den Intensitätsverläufen liegen die Lichtquellen: Punkt-, zeilenartige und flächige Lichtquelle zugrunde. Für die Zeilenartige wird der Intensitätsabfall parallel und senkrecht zur Lichtquelle dargestellt.

Die gleiche Betrachtung mit einem unendlich ausgedehnten, zeilenartigen Kamerasensor mit infinitesimaler Öffnung $K(x_K, y_K) = \delta(y_K)$ hat den Intensitätsverlauf

$$I(t, w) = \left(\frac{2J_1(v)}{v} \right)^2 \left(\frac{3\pi H_1(2t)}{8t^2} \right) \quad (4.5)$$

zur Folge [Wil90a]. Die Funktion $H_1(t)$ beschreibt eine *Struve*-Funktion erster Ordnung. Die beiden optischen Koordinaten t und w zeigen, dass parallel zum Kamerasensor ein anderer Intensitätsverlauf existiert, als senkrecht zum Kamerasensor.

Zum Vergleich wird noch als dritter Fall ein unendlich ausgedehnter Kamera-detektor $K(x_K, y_K) = 1$ betrachtet. Diese Konstellation beschreibt ein Hellfeld-mikroskop mit flächiger Beleuchtung. Der resultierende Intensitätsverlauf

$$I(v) = \left(\frac{2J_1(v)}{v} \right)^2$$

entspricht dem des sogenannten *Airy*-Scheibchens [Wil90b]. Dieses bezeichnet das charakteristische Beugungsbild eines sehr kleinen Punktobjekts, welches durch ein Hellfeldmikroskop betrachtet wird.

Bisher wurden drei Fälle unterschieden, indem ein Punkt-, zeilenförmiger und flächiger Kamerasensor betrachtet wird. Die Ergebnisse sind identisch zu den technisch interessanten Konstellationen eines punktförmigen Kamerasensors und einer Punkt-, zeilenförmigen und flächigen Lichtquelle. Dabei muss im Fall einer zeilenförmigen Lichtquelle zusätzlich in die zwei Richtungen parallel und senkrecht zur zeilenförmigen Lichtquelle unterschieden werden. In Abbildung 4.2 sind die lateralen Intensitätsverläufe für diese vier Fälle gegenübergestellt. Für den CCT-Sensor ist der Fall einer zeilenartigen Beleuchtung relevant. Dabei ist ersichtlich, dass senkrecht zur Spaltblende die laterale Auflösung eines echten konfokalen Mikroskops erreicht wird. Parallel zur zeilenartigen Beleuchtung reduziert sich die laterale Abbildungsleistung hingegen auf die eines Hellfeldmikroskops.

Neben dem lateralen Auflösungsvermögen ist für die 3D-Messung das axiale Auflösungsvermögen von besonderem Interesse. Bei einem konfokalen Mikroskop kann zur 3D-Messung ausgenutzt werden, dass die Bestrahlungsstärke am Kamerasensor schnell abnimmt, sobald sich das Objekt nicht mehr im Fokus befindet. Um diesen Sachverhalt zu modellieren, wird die komplexe defokussierte Blendenfunktionen

$$P_D(u, \xi, \zeta) := \exp(-(\xi^2 + \zeta^2)iu/2) \operatorname{circ}\left(\frac{\xi}{d_B/2}, \frac{\zeta}{d_B/2}\right) \text{ und} \\ P_R(u, \rho) := \begin{cases} \exp(-\rho^2 iu/2), & \text{falls } \rho^2 = (\xi^2 + \zeta^2) \leq 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.6)$$

eingeführt [She88]. Für die zweite Blendenfunktion wird die Rotationssymmetrie $\rho^2 = (\xi^2 + \zeta^2)$ ausgenutzt und die circ-Funktion gemäß (4.3) als Fallunterscheidung verwendet. Die optische Koordinate

$$u = \frac{8\pi}{\lambda} \Delta z \sin\left(\frac{\alpha_{\text{NA}}}{2}\right)^2 \quad (4.7)$$

stellt den Zusammenhang zur Defokussierung Δz her und ermöglicht eine bezüglich der Wellenlänge und der numerischen Apertur normierte Behandlung. Wird diese Blendenfunktion in (4.1) eingesetzt, ergibt sich für den Fall eines infinitesimal kleinen Punktdetektors

$$I(u) = \left(\frac{\sin(u/4)}{u/4}\right)^4$$

als axialer Intensitätsverlauf [Wil90a]. Kommt stattdessen ein zeilenartiger Detektor zum Einsatz, gilt

$$I(u) = \left(\frac{\sin(u/4)}{u/4}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} |h_{\text{PSF}}(u, t)|^2 dt, \text{ mit} \quad (4.8)$$

$$h_{\text{PSF}}(u, t) = \int_0^1 P_{\text{R}}(u, \rho) J_0(t\rho) \rho d\rho. \quad (4.9)$$

Die optische Koordinate t wurde in (4.4) eingeführt und verläuft in Richtung der Spaltblende. Die Blendenfunktion $P_{\text{R}}(u, \rho)$ ist in (4.6) zu finden und $J_0(\cdot)$ bezeichnet eine *Bessel*-Funktion nullter Ordnung und erster Art. Der Zusammenhang (4.9) entspricht einer kompakten Darstellung von (4.2) [Wil90a]. Beim Vergleich des axialen Verhaltens der Intensität und des lateralen Verhaltens muss beachtet werden, dass die optischen Koordinaten unterschiedlich definiert wurden (vgl. (4.7) und (4.4)). Bei der axialen Betrachtung muss keine Ausrichtung bezüglich der Linienlichtquelle unterschieden werden, da diese orthogonal zur optischen Achse ausgerichtet ist.

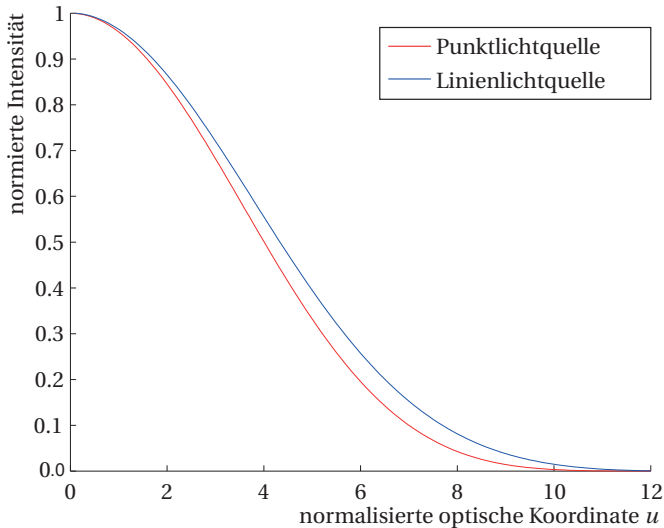


Abbildung 4.3: Veränderung der auf eins normierten Intensität als Funktion einer axialen Defokussierung eines infinitesimal kleinen Objekts. Beide Lichtquellen zeigen ein vergleichbares Verhalten.

Eine wichtige Anmerkung zur Beurteilung dieser Ergebnisse ist, dass die Annahme eines infinitesimalen Punktobjektes großen Einfluss auf die jeweilige Veränderung der Bestrahlungsstärke hat. Z.B. wird in [Wil90a] auch der Fall eines defokussierten, unendlich ausgedehnten planaren Objekts in Kombination mit einem zeilenartigen Kamerasensor behandelt. Das Ergebnis weicht von den in Abbildung 4.3 dargestellten Verläufen dahingehend ab, dass dieses langsamer abklingt. Bei realen Objekten ist die topographische Ausprägung der Oberfläche deutlich komplizierter. Hinzu kommt, dass die Ausprägung unbekannt ist und örtlich variiert. Dadurch verändert sich der beobachtete Intensitätsverlauf, was eine Quelle für Messfehler darstellt. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Optimierung von optischen Filtern und ist auf ein vergleichsweise einfach auszuwertendes Sensormodell angewiesen. Aus diesem Grund wird der Sachverhalt der topographischen Ausprägung der Oberfläche vernachlässigt, in der Annahme, dass der resultierende Fehler keinen signifikanten Einfluss auf die Filteroptimierung hat.

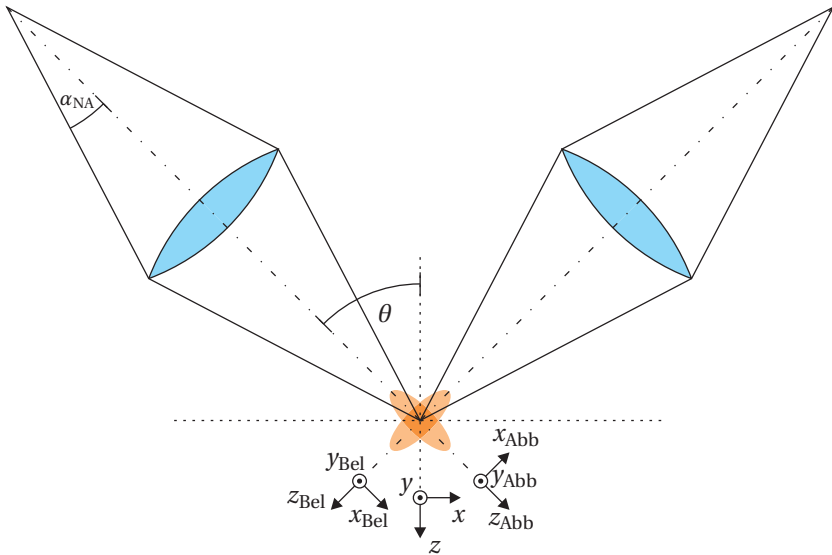


Abbildung 4.4: Prinzipskizze eines konfokalen Theta-Mikroskops, bei dem charakteristischer Weise die Strahlengänge der Beleuchtung und der Abbildung gegeneinander verkippt sind. Die orange eingefärbten Flächen deuten an, dass in diesem Fall die resultierende vertikale Auflösung gesteigert werden kann, indem sich das Beobachtungsvolumen verkleinert.

4.1.2 Konfokales Theta-Mikroskop

Beim CCT-Sensor werden zwei separate Optiken für Beleuchtung und Abbildung eingesetzt, wobei sie um einen Winkel 2θ zueinander verkippt sind. Eine Optik, wie sie in Abbildung 4.4 dargestellt ist, wird in der Literatur als konfokales Theta-Mikroskop [Ste94] bezeichnet oder auch als *dual-axes confocal microscopy* [Wan13]. Gegenüber der konventionellen konfokalen Mikroskopie ergibt sich ein Vorteil für die 3D-Messung [Lin96]: Durch den gekreuzten Aufbau verringert sich das Beobachtungsvolumen, wobei ausgenutzt wird, dass die laterale optische Auflösung höher ist als die axiale Auflösung eines konfokalen Mikroskops. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 4.4 durch eine dunklere orangene Einfärbung im Fokuspunkt hervorgehoben und gilt im Besonderen für kleine numerische Aperturen [She95].

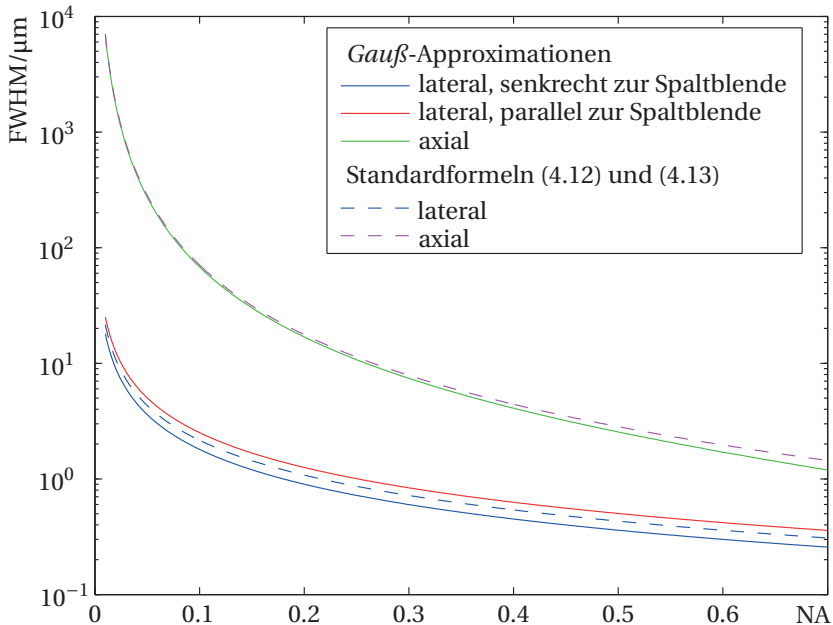


Abbildung 4.5: Halbwertsbreite des Intensitätsabfalls eines konfokalen Mikroskops als Funktion der numerischen Apertur NA. Die Ergebnisse der *Gauß*-Approximation sind den aus der Literatur stammenden Standardformeln (4.12) und (4.13) gegenübergestellt.

Es ist keine geschlossene Lösung für eine analytische Behandlung von gegeneinander verkippten Strahlengängen bekannt. In [Liu06] wurden zusätzliche Approximationen eingeführt, welche eine Betrachtung mittels Fourieroptik ermöglichen. In der gleichen Arbeit wurden jedoch signifikante Abweichungen zwischen numerischer und approximierter Lösung festgestellt. In dieser Arbeit wird eine alternative Behandlung vorgeschlagen, welche auf einer Approximation der lateralen und axialen Intensitätsverläufe mittels einer *Gauß*-Funktion basiert. In der Veröffentlichung [Zha07] wird gezeigt, dass dies eine gute Approximation zur Beschreibung eines konfokalen Mikroskops darstellt. Auch die VDI/VDE-Richtlinie [Vdi10] schlägt vor, an den beobachteten Konfokalpeak eine *Gauß*-Kurve anzupassen, um die Position

maximaler Intensität zu schätzen. Abschließend sei noch auf eine Arbeit hingewiesen, welche dieses Auswerteverfahren für einen chromatisch konfokalen Sensor umsetzt [Luo12].

Die approximative 3D-Verteilung der Bestrahlungsstärke wird somit modelliert als:

$$I_{\text{approx}}(x, y, z) = \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right). \quad (4.10)$$

Durch numerische Anpassung im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate an die Funktionen (4.5) und (4.8) ergeben sich die Parameter:

$$\begin{aligned} \sigma_x &\approx 0,96 \frac{\lambda}{2\pi \sin(\alpha_{\text{NA}})} \\ \sigma_y &\approx 1,34 \frac{\lambda}{2\pi \sin(\alpha_{\text{NA}})} \\ \sigma_z &\approx 0,91 \frac{\lambda}{2\pi \sin(\alpha_{\text{NA}}/2)^2}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

wobei beachtet wurde, dass die axiale optische Koordinate anders als die lateralen Koordinaten definiert ist. Zur Bewertung dieser Approximation können die Halbwertsbreiten

$$\text{FWHM} = 2\sqrt{-\ln\left(\frac{1}{2}\right)2\sigma_i^2}$$

mit Standardapproximationen verglichen werden. Der Index i kann entsprechend der betrachteten Richtung aus Gleichung (4.11) gewählt werden. In der Literatur sind

$$\text{FWHM}_{\text{lateral}} \approx \frac{0.61\lambda}{\sqrt{2}\sin(\alpha_{\text{NA}})} \quad (4.12)$$

$$\text{FWHM}_{\text{axial}} \approx \frac{2\lambda}{\sqrt{2}\sin(\alpha_{\text{NA}})^2} \quad (4.13)$$

als gängige Standardapproximationen bekannt [Mul02].

Beim Vergleich der Halbwertsbreiten in Abbildung 4.5 muss beachtet werden, dass die Standardapproximation ein konfokales Mikroskop mit zwei Punktblenden beschreibt, wohingegen hier eine zeilenartige Beleuchtung betrachtet wird. Folglich werden für das laterale Auflösungsvermögen zwei Fälle unterschieden, je nachdem, ob die Betrachtung senkrecht oder parallel zur Spaltblende erfolgt.

Mit der *Gauß*-Approximation (4.10) wird im Folgenden der Effekt einer Verkipfung der beiden Objektive modelliert, wie sie in Abbildung 4.4 dargestellt ist. Dazu wird der Intensitätsverlauf

$$I_{\text{approx}}(x, y, z) = I_{\text{Bel}} I_{\text{Abb}}, \text{ mit } I_{\text{Bel}} = I_{\text{Abb}} = \sqrt{I_{\text{approx}}(x, y, z)} \quad (4.14)$$

in zwei identische Faktoren aufgeteilt. Dieses Vorgehen berücksichtigt den konfokalen Aufbau, bei dem multiplikativ zwei Amplitudenpunktverwaschungsfunktionen beitragen (vgl. Gleichung (4.1), bzw. siehe [Ste94]). Um die Verkipfung zu modellieren, werden analog zu [Kin04] die um θ rotierten Koordinaten eingeführt

$$x_{\text{Bel}} = x \cos(\theta) + z \sin(\theta)$$

$$y_{\text{Bel}} = y$$

$$z_{\text{Bel}} = x \sin(\theta) + z \cos(\theta)$$

$$x_{\text{Abb}} = x \cos(\theta) - z \sin(\theta)$$

$$y_{\text{Abb}} = y$$

$$z_{\text{Abb}} = -x \sin(\theta) + z \cos(\theta)$$

mit der Vorzeichenkonvention, wie in Abbildung 4.4 dargestellt. Durch Einsetzen dieser rotierten Koordinaten in (4.14) ergibt sich

$$I_{\theta}(x, y, z, \theta) = \exp\left(-\frac{x_{\text{Bel}}^2}{4\sigma_x^2} - \frac{y_{\text{Bel}}^2}{4\sigma_y^2} - \frac{z_{\text{Bel}}^2}{4\sigma_z^2}\right) \exp\left(-\frac{x_{\text{Abb}}^2}{4\sigma_x^2} - \frac{y_{\text{Abb}}^2}{4\sigma_y^2} - \frac{z_{\text{Abb}}^2}{4\sigma_z^2}\right) \exp\left(-x^2\left(\frac{\cos(\theta)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{\sin(\theta)^2}{2\sigma_z^2}\right) - \frac{y^2}{2\sigma_y^2} - z^2\left(\frac{\sin(\theta)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{\cos(\theta)^2}{2\sigma_z^2}\right)\right). \quad (4.15)$$

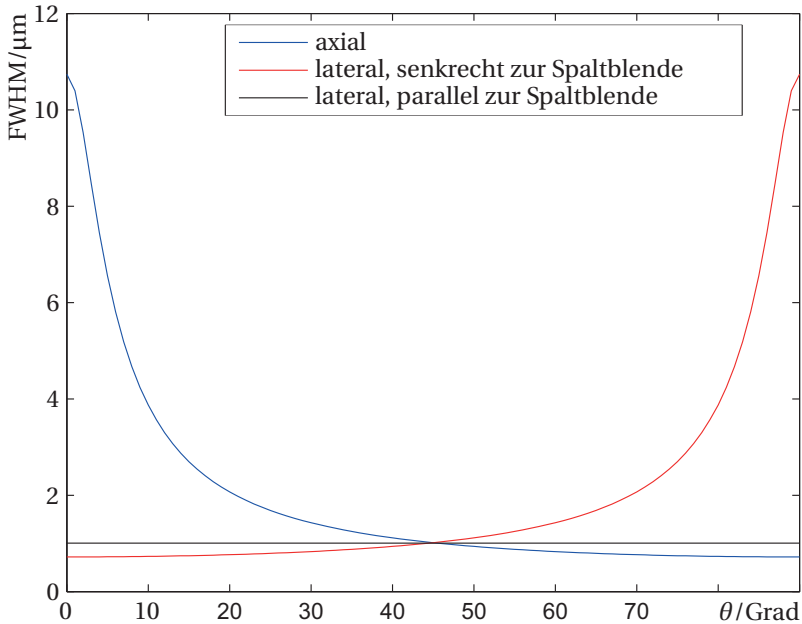


Abbildung 4.6: Auswirkung einer Verkippung auf die Halbwertsbreite des Intensitätssignals, ausgewertet für $NA = 0,25$ und $\lambda = 500$ nm.

Zur Veranschaulichung dieses Ergebnisses wird der Effekt einer Verkippung θ auf das vertikale Auflösungsvermögen hin untersucht. Als Kennzahl wird dazu wieder die Halbwertsbreite

$$FWHM_{\text{axial}}(\theta) = 2 \sqrt{-\frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{\sin(\theta)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{\cos(\theta)^2}{2\sigma_z^2}\right)}}$$

betrachtet, welche auch als Approximation des *Rayleigh*-Kriteriums interpretiert werden kann [Mul02].

Abbildung 4.6 zeigt, wie die Halbwertsbreite für das axiale Intensitätssignal zu Beginn deutlich abfällt (blauer Graph). Ab 45 Grad ist der Gewinn an axialer Auflösung durch eine weitere Verkippung gering, allerdings muss eine deutliche Verschlechterung der lateralen Auflösung senkrecht zur Li-

nienlichtquelle in Kauf genommen werden (roter Graph). Einen technisch interessanten Punkt stellt $\theta = 45^\circ$ dar, bei dem die Halbwertsbreiten aller Richtungen übereinstimmen. Der schwarze Graph stellt dabei die Halbwertsbreite parallel zur Linienlichtquelle dar und ist unabhängig vom Kippwinkel θ . Der positive Effekt auf die axiale Halbwertsbreite des Intensitätssignals ist gegenüber einem konfokalen Mikroskop ($\theta = 0^\circ$) direkt ersichtlich. Besonders bei kleinen numerischen Aperturen kommt dieser Effekt zum Tragen, hingegen verschwindet dieser bei sehr hohen numerischen Aperturen [She95].

4.1.3 Chromatisch konfokaler Triangulationssensor

In den vorangegangenen Abschnitten wurde das konfokale Mikroskop nur für eine Wellenlänge betrachtet. Das chromatische Prinzip erfordert jedoch eine polychromatische Betrachtung. In diesem Abschnitt wird der Zusammenhang zwischen Objekthöhe h und fokussierter Wellenlänge λ_F hergeleitet. Als fokussierte Wellenlänge λ_F wird hierbei die Wellenlänge mit maximaler Intensität des Konfokalpeaks bezeichnet [Vdi10]. Zusammen mit dem Intensitätsverlauf einer Defokussierung (4.15) ergibt sich dann das modellierte spektrale Signal des CCT-Sensors.

Zur Herleitung des Zusammenhangs $h(\lambda_F)$ wird der technisch interessante Fall eines Transmissionsgitters als dispersives optisches Element betrachtet. Prinzipiell kann die Aufspaltung des polychromatischen Lichts auch durch andere optische Elemente erreicht werden. Beispielsweise wurde in [Tap13b] ein CCT-Sensor mit einem reflektierenden konkaven Beugungsgitter modelliert (dargestellt in Abbildung 7.2). Der hier betrachtete Aufbau ist in Abbildung 4.7 skizziert und es gelten die geometrischen Beziehungen

$$\begin{aligned} \tan(\theta - \gamma_{\text{diff}}) &= \frac{l}{h(\lambda_F)} \\ l &= \sin(\theta) \frac{d_B/2}{\tan(\alpha_{\text{NA}})}, \end{aligned} \quad (4.16)$$

mit Blendenöffnung d_B , Distanz l und Beugungswinkel γ_{diff} . Die hergeleiteten Beziehungen vernachlässigen, dass der halbe Öffnungswinkel α_{NA} , sowie die Verkippung θ von der Wellenlänge abhängen.

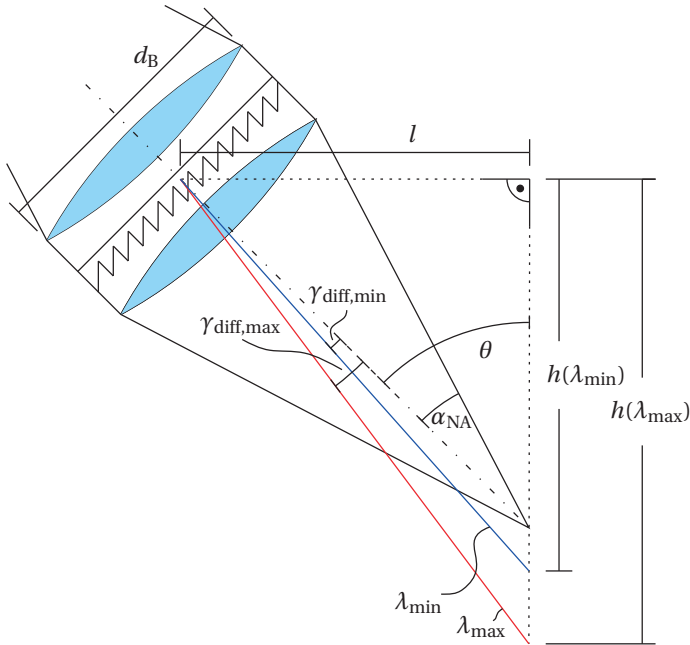


Abbildung 4.7: Prinzipieller Strahlengang eines CCT-Sensor mit Transmissionsgitter. Halber Öffnungswinkel α_{NA} und Verkipfung θ sind für die nullte Beugungsordnung gezeichnet.

Wie in Abbildung 4.7 dargestellt, werden aus Gründen der Einfachheit die Werte der nullten Beugungsordnung übernommen. Um diese Vereinfachung zu bewerten muss beachtet werden, dass die geometrischen Beziehungen (4.16) einer Prinzipskizze entnommen werden. Die hergeleiteten Ergebnisse werden im Anschluss der folgenden Betrachtung mit einer numerisch simulierten CCT-Optik verglichen (vgl. Abbildung 4.9).

Um einen Zusammenhang zwischen Objekthöhe und fokussierter Wellenlänge λ_F herzustellen, muss neben den geometrischen Beziehungen auch die Gittergleichung [Loe97]

$$\sin(\gamma_{\text{diff}}) = \sin(\gamma_{\text{ein}}) + m_G \frac{\lambda_F}{d_G} \quad (4.17)$$

betrachtet werden. Diese beschreibt den Beugungswinkel γ_{diff} in Abhängigkeit der betrachteten Beugungsordnung m , dem Einfallswinkel γ_{ein} und des Gitterperiodenabstands d_G . Mit (4.16) und (4.17) ergibt sich dann die gesuchte Abhängigkeit

$$h(\lambda_F) = \frac{\sin(\theta) d_B}{2 \tan(\alpha_{\text{NA}}) \tan\left(\theta - \arcsin\left(\sin(\gamma_{\text{in}}) + m_G \frac{\lambda_F}{d_G}\right)\right)} \quad (4.18)$$

$$\approx a_1 \lambda_F + a_2. \quad (4.19)$$

Für exemplarische Werte zeigt der Zusammenhang $h(\lambda_F)$ eine approximative lineare Abhängigkeit. In Abbildung 4.8 ist dem exakten Zusammenhang (4.18) die lineare Approximation (4.19) gegenübergestellt.

Wie bereits angesprochen basiert die Herleitung von (4.16) auf einer vergleichsweise einfachen Prinzipskizze. Für die spätere Anwendung ist das Verhalten einer realen mehrlinsigen Optik relevant, weswegen im Folgenden die Abhängigkeit $h(\lambda_F)$ für eine simulierte Optik betrachtet wird. Die betrachtete Optik wurde mit der Optikdesign-Software ZemaxTM entworfen und ist in Abbildung 7.14 dargestellt. Die reale CCT-Optik zeigt einen starken linearen Zusammenhang (4.19) mit einer maximalen Abweichung von 13 μm von der Näherung (4.19) (vgl. Abbildung 4.9).

Im Folgenden wird von einem linearen Zusammenhang zwischen Objekthöhe und fokussierter Wellenlänge ausgegangen. Diese Annahme vereinfacht viele noch folgende Betrachtungen auf dem Gebiet der Schätztheorie. So kann äquivalent in der Domäne der Wellenlängenschätzung sowie bezüglich der Höhenschätzung argumentiert werden. Existiert ein linearer Zusammenhang, kann z.B. eine Aussage der Messunsicherheit bezüglich der Höhenschätzung durch eine simple Skalierung in eine Aussage bezüglich der Schätzung der fokussierten Wellenlänge übertragen werden. In der Anwendung muss diese Annahme für jede Optik überprüft werden. Um den exakten Zusammenhang (4.18) zu berücksichtigen, muss dieser in den Gleichungen (4.20) und (4.21) verwendet werden.

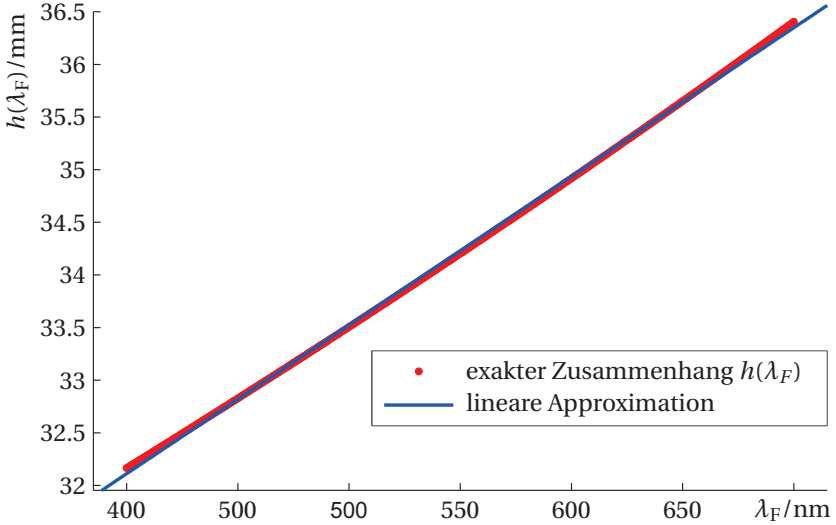


Abbildung 4.8: Visualisierung des Zusammenhangs $h(\lambda_F)$. Als technisch sinnvolle Werte wurde beispielhaft $m_G = 1$, $d_G = 1/200$ mm, $\gamma_{\text{ein}} = 0$, $\alpha_{\text{NA}} = \arcsin(0.25)$, $d_B = 20$ mm gewählt. Die dargestellte lineare Approximation lautet $h(\lambda_F) \approx 0,01412 \frac{\text{mm}}{\text{nm}} \lambda_F + 26,45$ mm.

Das spektrale Signal $s(\lambda, \lambda_F)$ ergibt sich, wenn die Auswirkung einer Defokussierung $\Delta z(\lambda_F) = h(\lambda) - h(\lambda_F) = a_1(\lambda - \lambda_F)$ in (4.15) betrachtet wird. Befindet sich ein Messobjekt an der Position $(x = 0, y = 0, h(\lambda_F))$, so trifft das spektrale Signal

$$\begin{aligned}
 s(\lambda, \lambda_F) &= I_\theta(0, 0, \Delta z(\lambda_F), \theta) \\
 &= \exp\left(-(\lambda - \lambda_F)^2 a_1^2 \left(\frac{\sin(\theta)^2}{2\sigma_x^2(\lambda)} + \frac{\cos(\theta)^2}{2\sigma_z^2(\lambda)}\right)\right)
 \end{aligned} \quad (4.20)$$

auf den Detektor. Dieser Zusammenhang beschreibt das Spektrum des an einer Objektoberfläche reflektierten Lichts für den Fall, dass die Wellenlänge λ_F die Konfokalbedingung erfüllt und maximal fokussiert ist. Der modellierte

spektrale Signalverlauf entspricht einer *Gauß*-Funktion, wobei die spektrale Breite gemäß (4.11) für kleinere Wellenlängen abnimmt. Für die spätere Verwendung im Kameramodell ist eine Formulierung

$$s(\lambda, h) = \exp\left(-\left(a_1 \lambda - (h - a_2)\right)^2 \left(\frac{\sin(\theta)^2}{2\sigma_x^2(\lambda)} + \frac{\cos(\theta)^2}{2\sigma_z^2(\lambda)}\right)\right) \quad (4.21)$$

in Abhängigkeit der Höhe h von Vorteil. Um die Güte dieser Modellierung zu bewerten, sei auf Abbildung 7.4 verwiesen. Diese zeigt einen visuellen Vergleich zwischen dem gemessenen und dem hier vorgestellten Modell. Die maximale Abweichung beträgt 4,8 % und der RMSE = 2,1 % der maximal gemessenen Intensität. Es ist anzumerken, dass in die Messung auch Abbildungsfehler der Optik eingehen, welche hier nicht betrachtet wurden.

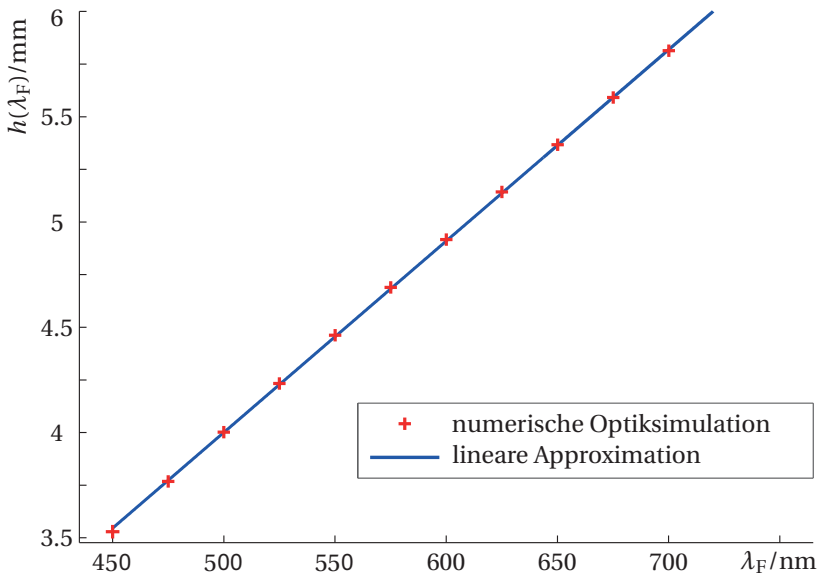


Abbildung 4.9: Numerisch ermittelter Zusammenhang $h(\lambda_F)$ für die simulierte CCT-Optik, wie sie in Abbildung 7.14 dargestellt ist. Der RMSE der linearen Approximation beträgt $7,5 \mu\text{m}$ und die maximale Abweichung $13 \mu\text{m}$.

4.2 Signalmodell für Kamerasensoren

Der CCT-Sensor unterliegt wie jedes Messverfahren Störeinflüssen, die sich in einer Messunsicherheit manifestieren. Die Modelle, die in diesem Kapitel aufgestellt werden, zielen auf eine Optimierung der Filter einer multispektralen Kamera ab, mit dem Ziel, die Messunsicherheit des Gesamtsystems zu reduzieren. Die entscheidende Frage in diesem Zusammenhang ist, welche Störeinflüsse wesentlichen Einfluss auf die Messunsicherheit haben. An dieser Stelle wird die wichtige Annahme gemacht, dass es ausreichend ist, ausschließlich das Kamerarauschen zu betrachten.

In der Richtlinie [Vdi10] sind systematische und statistische Störeinflüsse aufgelistet, die bei der Modellierung eines klassischen konfokalen Mikroskops berücksichtigt werden müssen. »Zu den statistischen Abweichungen gehören:

- Grundrauschen des Detektors
- vertikale Positionierabweichung
- Schwankungen der Beleuchtungsintensität [...]
- Topografie der Probe
- Ausrichtung des Profils bei der Auswertung
- Unsicherheit des Bezugsnormals und deren Weitergabe«, [Vdi10]

Da diese Auflistung für ein konfokales Mikroskop erstellt wurde und hier ein CCT-Sensor modelliert wird, treffen zwei Punkte nicht zu. Zum einen entfällt beim CCT-Sensor ein vertikales Positionieren, zum anderen wird das Spektrum in allen Kamerakanälen gleichzeitig erfasst, weswegen Intensitätsschwankungen der Lichtquelle keinen Einfluss haben. Die Topographie der Probe bzw. deren Ausrichtung wird in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Die bei der Optikmodellierung getroffene Annahme eines infinitesimal kleinen Objekts ist aus Sicht der Anwendung durchaus problematisch. Zum einen ist die Annahme objektiv falsch, zum anderen ist die Ausprägung der Oberflächentopographie örtlich variabel. Letztlich manifestiert sich auch dieser Einfluss in einer Abweichung des beobachteten Intensitätswerts. Somit wäre eine approximative Berücksichtigung im Kamerarauschen möglich, indem beispielsweise die Varianz des Rauschmodells zusätzlich erhöht wird.

Der letzte Punkt ist nicht relevant, da zur Simulation keine Kalibrierung notwendig ist. Gemäß dieser Argumentation stellt das Grundrauschen des Detektors den wesentlichen Störeinfluss dar.

4.2.1 Multispektrales Kameramodell

Als multispektrale Kamera wird in dieser Arbeit eine Kamera mit n Kamera-kanälen bezeichnet. Jeder Kanal i bestimmt am gleichen Messpunkt einen Intensitätswert g_i und das Ergebnis einer multispektralen Kamera wird als Intensitätsvektor $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_n)^\top$ zusammengefasst. Der Begriff multispektral deutet an, dass jeder Kamerakanal durch seine spektrale Empfindlichkeit charakterisiert ist. Diese wird eingestellt durch einen optischen Filter $f_i(\lambda, \alpha, \phi, \mathbf{p}_i) \mapsto [0, 1]$, welcher neben einer wellenlängenabhängigen Transmission auch als Funktion des Einfallswinkels α und der Polarisation ϕ des Lichtes modelliert wird. Die Variable ϕ wird definiert als der Anteil von s-polarisiertem Licht. Als s-polarisiertes Licht wird der prozentuale Anteil der Lichtintensität bezeichnet, deren elektrischen Feldstärkevektoren senkrecht zur Einfallsebene liegen. Der prozentuale Anteil des p-polarisierten Lichts ergibt sich gemäß $1 - \phi$. Die Transmission des Filters wird durch den Parametervektor \mathbf{p}_i eingestellt, und alle Filterparameter der multispektralen Kamera werden in einem Vektor $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1^\top, \dots, \mathbf{p}_n^\top)^\top$ zusammengefasst. Im Falle von Interferenzfiltern bezeichnet \mathbf{p} beispielsweise Schichtdicken und Brechungsindizes. Eine multispektrale Kamera besitzt des Weiteren eine Quanteneffizienz $q(\lambda)$, die für jeden Kamerakanal und jedes Pixel identisch modelliert wird. Diese Annahme zeigt, dass streng genommen nicht eine Kamera, sondern nur ein multispektraler Pixel modelliert wird. Der photoelektrische Effekt mit Quantenausbeute $q(\lambda)$ stellt dabei die mittlere Anzahl erzeugter Elektronen ins Verhältnis zur mittleren Anzahl auftreffender Photonen [Sal08].

Als weitere Einflussfaktoren gehen Pixelfläche A und Belichtungszeit T ein sowie der Raumwinkel Ω . Durch diesen wird die Winkelabhängigkeit des Lichteinfalls berücksichtigt. Unter Vernachlässigung der Kameraquantisierung ergibt sich somit ein Intensitätsvektor

$$\mathbf{g}_\mu(\mathbf{x}, h, \mathbf{p}) = k \int_T \int_A \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha_{\max}} q(\lambda) \mathbf{f}(\lambda, \alpha, \phi, \mathbf{p}) \cdot L(\mathbf{x}, \alpha_{\text{ab}}, \gamma_{\text{ab}}, \phi, \lambda(h)) \sin(\alpha) d\alpha d\gamma d\lambda dA dT + \mathbf{g}_d \quad (4.22)$$

als Funktion der spektralen Strahldichte $L(\mathbf{x}, \alpha_{\text{ab}}, \gamma_{\text{ab}}, \phi, \lambda(h))$. Diese ist im Allgemeinen von der Position der betrachteten Oberfläche $\mathbf{x} = (x, y)^\top$, der Objekthöhe $h(\mathbf{x})$, der Polarisation ϕ und der Wellenlänge λ abhängig. Zusätzlich muss die winkelabhängige Abstrahlcharakteristik $L(\alpha_{\text{ab}}, \gamma_{\text{ab}})$ berücksichtigt werden, wobei im Kameramodell über den Polwinkel α_{ab} und den Azimut γ_{ab} integriert wird. Diese Winkel sind dabei zur Normale des Kamerapixels definiert. Bezüglich des Polwinkels ist es aufgrund der numerischen Apertur des Objektivs ausreichend nur bis zum halben Öffnungswinkels α_{\max} zu integrieren. Der Term $\sin(\alpha)$ berücksichtigt, dass über den Raumwinkel mit Hilfe von Kugelkoordinaten integriert wird [Bey12]. Der Faktor $k_i = (g_{\mu,i} - g_d) / e_i$ wird als Systemverstärkung bezeichnet und modelliert den Zusammenhang zwischen Anzahl erzeugter Elektronen e_i und Intensitätswert $g_{\mu,i}$ im Kamerakanal i , wobei ein Dunkelwert g_d berücksichtigt wird [Jäh05]. Die konstante Systemverstärkung $k = k_i = k_j \forall i, j \in \{1, \dots, n\}$ wird für alle n Kanäle als gleich angenommen. Analog besitzt jeder Kamerakanal denselben Dunkelwert $\mathbf{g}_d = (g_d, \dots, g_d)^\top$. Die spektrale Strahldichte $L(\mathbf{x}, \alpha_{\text{ab}}, \gamma_{\text{ab}}, \phi, \lambda(h))$ kann über das *Plancksche* Wirkungsquantum, der Integrationszeit, der Pixelfläche und unter Berücksichtigung des Raumwinkels in eine Anzahl Photonen umgerechnet werden. Der Index μ kennzeichnet die Verwendung des Kameramodells im Erwartungswert des Rauschmodells. Auf diesen Aspekt wird im folgenden Abschnitt 4.2.2 näher eingegangen.

Eine detaillierte Modellierung der Beleuchtungskonstellation ist über die bidirektionale Reflektanzverteilungsfunktion $r_{\text{BRDF}}(\mathbf{x}, \alpha_{\text{in}}^\perp, \gamma_{\text{in}}^\perp, \alpha_{\text{ab}}^\perp, \gamma_{\text{ab}}^\perp, \phi, \lambda)$ möglich [Bey12]. Mittels der BRDF, als Funktion des Ortes \mathbf{x} , zweier Einfallswinkel α_{in}^\perp und γ_{in}^\perp , zweier Abstrahlwinkel α_{ab}^\perp und γ_{ab}^\perp , der Polarisation ϕ und der Wellenlänge λ , kann die abgestrahlte spektrale Strahldichte

$$L_{\text{ab}}(\mathbf{x}, \alpha_{\text{ab}}^{\perp}, \gamma_{\text{ab}}^{\perp}, \phi, \lambda(h)) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} r_{\text{BRDF}}(\mathbf{x}, \alpha_{\text{in}}^{\perp}, \gamma_{\text{in}}^{\perp}, \alpha_{\text{ab}}^{\perp}, \gamma_{\text{ab}}^{\perp}, \phi, \lambda) \cdot L_{\text{in}}(\mathbf{x}, \alpha_{\text{in}}^{\perp}, \gamma_{\text{in}}^{\perp}, \phi, \lambda(h)) \cos(\alpha^{\perp}) \sin(\alpha^{\perp}) d\alpha_{\text{in}}^{\perp} d\gamma_{\text{in}}^{\perp}$$

als Funktion der eingestrahlenen spektralen Strahldichte $L_{\text{in}}(\mathbf{x}, \alpha_{\text{in}}^{\perp}, \gamma_{\text{in}}^{\perp}, \phi, \lambda(h))$ modelliert werden. Da die BRDF zwischen emittierter Strahldichte und eingestrahelter Betrachtungsstärke vermittelt, ist der Term $\cos(\alpha^{\perp})$ notwendig, welcher die Verkleinerung der projizierten Fläche des Oberflächenelementes für steigende Polwinkel α^{\perp} berücksichtigt [Pha10]. Der Polwinkel α^{\perp} und Azimut γ^{\perp} beziehen sich dabei auf die Normale des Oberflächenelementes am Ort \mathbf{x} . Dieses lokale Koordinatensystem unterscheidet sich von dem Polwinkel α und Azimut γ in Gleichung (4.22), was durch den hochgestellten Index α^{\perp} gekennzeichnet wird. Da mit Hilfe von Kugelkoordinaten über die Hemisphere integriert wird, muss zusätzlich der Term $\sin(\alpha^{\perp})$ berücksichtigt werden. Aufgrund des chromatischen Messprinzips ist die spektrale Abhängigkeit $\lambda(h)$ als Funktion der Objekthöhe angegeben.

Die Beleuchtungskonstellation des CCT-Sensors, als Ausprägung eines konfokalen Theta-Mikroskops, kann unter Vernachlässigung von Fremdlicht gegenüber dieser allgemeinen Modellierung deutlich konkretisiert werden. Dazu wird die Strahldichte $L_{\text{ab}}(\mathbf{x}, \alpha_{\text{ab}}, \gamma_{\text{ab}}, \phi, \lambda(h)) = r(\mathbf{x})l(\lambda, \phi)s(\lambda, h)$ in drei Faktoren zerlegt. Die gewählte Aufteilung schränkt die möglichen Beleuchtungskonstellationen dahingehend ein, dass z.B. die spektrale Verteilung $l(\lambda, \phi)$ keine Funktion des Ortes darstellt. Mit Blick auf die Anwendung sind somit Oberflächen mit ortsvariabler Farbe von den folgenden Betrachtungen ausgeschlossen. Das Lichtspektrum $l(\lambda, \phi)$ kann dabei als zeitlich konstante Eigenschaft der Lichtquelle aufgefasst werden, wobei dieses zusätzlich auch ein örtlich und zeitlich konstantes Reflektanzspektrum der Objekt Oberfläche enthalten kann. Der Einfluss des Ortes reduziert sich auf eine reine Dämpfung aufgrund örtlicher Reflektanzvariationen $r(\mathbf{x})$ der Oberfläche. Der dritte Term $s(\lambda, h)$ beschreibt das spektrale Verhalten der Sensoroptik als Funktion der Messgröße h , wie es im vorhergegangenen Abschnitt in Gleichung (4.21) hergeleitet wurde.

Die Oberflächenneigung, und damit die Winkelabhängigkeit bezüglich α^\perp und γ^\perp , wird vernachlässigt. Diese Vereinfachung ignoriert, dass bei geneigten spiegelnden Oberflächen der Beleuchtungskegel das abbildende Objektiv nicht mehr symmetrisch ausleuchtet. Für winkelempfindliche Filter, wie beispielsweise Interferenzfilter, resultiert eine veränderte spektrale Empfindlichkeit der multispektralen Kamera, da unsymmetrisch über den Einfallswinkel integriert wird. Diese veränderte spektrale Empfindlichkeit hat einen systematischen Messfehler zur Folge. Das Problem der winkelabhängigen Interferenzfilter kann technisch gelöst werden, indem anstatt auf der Abbildungsseite auf der Beleuchtungsseite optisch gefiltert wird. Zusätzlich muss mit einem Multiplex-Beleuchtungsansatz zeitlich sequentiell auf der Beleuchtungsseite das Spektrum gemäß der Filtertransmissionen $\mathbf{f}(\lambda, \alpha, \phi, \mathbf{p})$ verändert werden [Tap14c].

Mit den getroffenen Vereinfachungen resultiert das Kameramodell

$$\mathbf{g}_\mu(h, r, \mathbf{p}) = r T A k \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \left(\int_0^{\alpha_{\max}} \mathbf{f}(\lambda, \alpha, \phi, \mathbf{p}) 2\pi \sin(\alpha) d\alpha \right) q(\lambda) l(\lambda, \phi) s(\lambda, h) d\lambda. \quad (4.23)$$

wobei auch ausgenutzt wird, dass alle Terme als zeitlich konstant angenommen werden und bezüglich der Pixelfläche nicht variieren. Aus diesem Grund können die Integrationszeit T und die Pixelfläche A als Konstanten vor das Integral gezogen werden. Zusätzlich wurde der Dunkelwert \mathbf{g}_d vernachlässigt. Es sei darauf hingewiesen, dass die hier verwendete Integration über den Öffnungswinkel α einen Beleuchtungskegel impliziert, welcher symmetrisch zur optischen Achse ausgerichtet ist. Diese Forderung kann durch eine telezentrische Optik erfüllt werden.

Für die Anwendung des Kameramodells (4.23) in einer Optimierung des Sensordesigns sind die Einflussfaktoren h, r und \mathbf{p} von besonderer Bedeutung. Unterschieden wird in Schätzparameter (h und r) und Designparameter \mathbf{p} . Schätzparameter haben die Eigenschaft, dass diese in einem Messvorgang ermittelt (geschätzt) werden müssen, um eine Beobachtung \mathbf{g} mit Hilfe des Kameramodells und dieser Parameter bestmöglich zu erklären. Der Schätzparameter r , welcher die lokale Reflektanz des Messobjekts beschreibt, wird auch als Störparameter (engl. *nuisance parameter* [vdB07, S. 47]) bezeichnet.

Im Gegensatz zum Schätzparameter h , welcher die interessierende Messgröße beschreibt, ist die Oberflächenreflektanz für die Aufgabenstellung einer 3D-Messung uninteressant. Die Designparameter \mathbf{p} , welche die Transmission der einzelnen Filter kontrollieren, werden im Messvorgang nicht geschätzt, sondern als gegeben angenommen. Sie stellen in dieser Arbeit die einzige Stellschraube für ein verbessertes Sensordesign dar und werden in Kapitel 6 optimiert. Ein verbessertes Sensordesign könnte auch gelingen, indem z.B. eine Optik mit höherer numerischer Apertur gewählt oder der Sensor für kleinere Wellenlängen ausgelegt wird. Optimierungen dieser Art liegen jedoch außerhalb des Interesses dieser Arbeit, welche sich auf die Wellenlängenschätzung mit optimierten Filtern konzentriert.

4.2.2 Rauschmodell

Die Intensitätswerte einer Kamera unterliegen statistischen Schwankungen. Die wesentliche Ursache besteht darin, dass ein Intensitätswert eine Maßzahl für die Anzahl detektierter Photonen darstellt und der Photonenfluss zeitlich variiert. Selbst unter perfekten experimentellen Bedingungen kann die Anzahl der Photonen pro Zeit nicht konstant gehalten werden. Stattdessen fluktuiert diese gemäß einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, welche vom Typ der Lichtquelle abhängt [Sal08]. Für technisch relevante Lichtquellen ist diese Verteilung durch eine *Poisson*-Verteilung gegeben.

Weitere wesentliche Rauschquellen sind das Dunkelrauschen der Ausleseelektronik und das Quantisierungsrauschen. Gemäß [Jäh05] kann das Dunkelrauschen der Ausleseelektronik als normalverteilt und das Quantisierungsrauschen als gleichverteilt angenommen werden. Das Quantisierungsrauschen unterscheidet sich dahingehend, dass kein physikalischer Störprozess die Rauschquelle bildet, sondern der Quantisierungsfehler durch eine äquivalente Störquelle modelliert werden kann [Bey12].

Im Folgenden wird ein beobachteter Intensitätswert g_i als Realisierung einer Zufallsvariable $G_{K,i}$ betrachtet, wobei der Index i den Kamerakanal bezeichnet. Der Erwartungswert $E\{\mathbf{G}_K\} = \mathbf{g}_\mu$ dieses Zufallsvektors sei durch das Kameramodell (4.23) gegeben. In der Schätzliteratur wird dieses Modell auch als *expectation model* bezeichnet, wodurch sich auch die Wahl des Index' \mathbf{g}_μ erklärt [vdB07, S. 12]. Für die Varianz $\text{Var}\{G_{K,i}\} = \sigma_g^2$ wird in [Jäh05] der Zusammenhang

$$\sigma_g^2(g_{\mu,i}) = k^2\sigma_a^2 + \sigma_q^2 + k(g_{\mu,i} - g_d) \quad (4.24)$$

angegeben. Die Varianz des i -ten Kamerakanals wird in Abhängigkeit des Erwartungswertes $g_{\mu,i}$ modelliert. In dem konstanten Term geht die Standardabweichung σ_a zur Berücksichtigung des Ausleserausens der Kameraelektronik und die Standardabweichung des Quantisierungsrauschens σ_q ein. Die Systemverstärkung $k = (g_\mu - g_d)/e$ gibt analog zum Kameramodell (4.22) den Zusammenhang zwischen erzeugten Elektronen e und erwartetem Intensitätswert $g_{\mu,i}$ an, wobei ein Offset g_d im abgedunkelten Zustand berücksichtigt wird. Der dritte Term in (4.24) zeigt eine lineare Abhängigkeit vom erwarteten Intensitätswert und erinnert an die zugrundeliegende *Poisson*-Verteilung, da die Varianz $\sigma_g^2(g_{\mu,i})$ vom Erwartungswert $g_{\mu,i}$ abhängt. Werden alle konstanten Anteile zusammengefasst, vereinfacht sich das Rauschmodell zu

$$\sigma_g^2(g_{\mu,i}) = \sigma_d^2 + kg_{\mu,i}, \quad (4.25)$$

wobei σ_d die Standardabweichung beschreibt, die im abgedunkelten Zustand beobachtet werden kann. Abbildung 4.10 zeigt, dass diese einfache lineare Modellierung der Varianz das reale Verhalten gut beschreiben kann. Neben der Varianz ist die Modellierung der Wahrscheinlichkeitsverteilung von zentraler Bedeutung. Einleitend wurde bereits darauf hingewiesen, dass den betrachteten Einflussgrößen unterschiedliche Verteilungen zugrunde liegen. Aus Gründen der Einfachheit wird \mathbf{G}_K als normalverteilt angenommen, wobei vernachlässigt wird, dass das Quantisierungsrauschen durch eine Gleichverteilung charakterisiert ist und dem Photonenrauschen eine *Poisson*-Verteilung zugrunde liegt. Es kann jedoch argumentiert werden, dass durch die Wahl kleiner Quantisierungsstufen der Einfluss des Quantisierungsrauschens gering ist. Des Weiteren stellt die Normalverteilung für eine hinreichend große Anzahl an Photonen eine gute Approximation der *Poisson*-Verteilung dar.

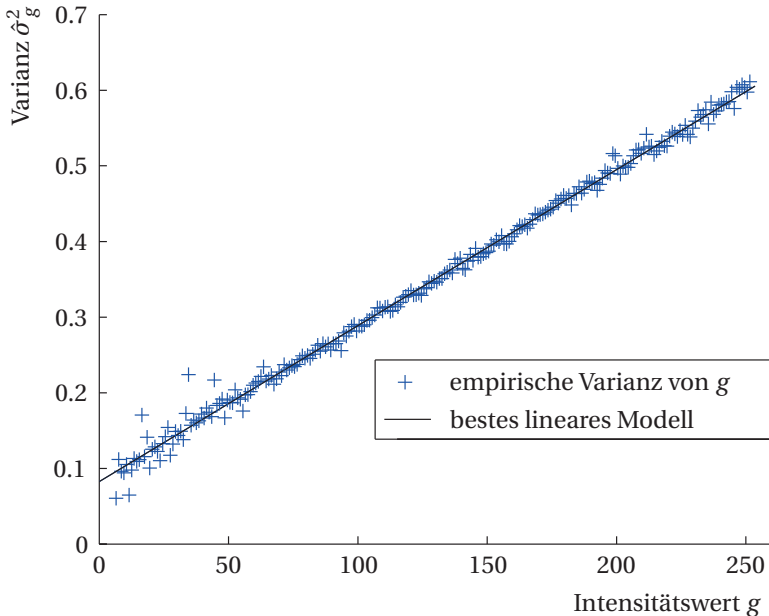


Abbildung 4.10: Experimentelle Messung des Rauschverhaltens einer industriellen Zeilenkamera. Das lineare Rauschmodell (4.25) mit einem Offset bei $g = 0$ kann den Charakter der Messdaten erklären.

Das Rauschen einer multispektralen Kamera mit n Kanälen wird somit durch einen Zufallsvektor \mathbf{G}_K beschrieben, mit Erwartungswert

$$E\{\mathbf{G}_K\} = \mathbf{g}_\mu(h, r, \mathbf{p})$$

und Kovarianzmatrix

$$\Sigma(\mathbf{g}_\mu) = \begin{pmatrix} \sigma_g^2(g_{\mu,1}) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_g^2(g_{\mu,n}) \end{pmatrix},$$

wobei die Diagonalmatrix zeigt, dass stochastische Unabhängigkeit für die einzelnen Kamerakanäle angenommen wird. Somit sind die Beobachtungen

\mathbf{g} gemäß einer multivariaten Normalverteilung verteilt, mit Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$\begin{aligned}
 p(\mathbf{g}|h, r, \mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sqrt{\det(\Sigma(\mathbf{g}_\mu(h, r, \mathbf{p})))}} \\
 &\quad \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{g} - \mathbf{g}_\mu(h, r, \mathbf{p}))^\top \Sigma(\mathbf{g}_\mu)^{-1}(\mathbf{g} - \mathbf{g}_\mu(h, r, \mathbf{p}))\right) \\
 &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_g(g_{\mu,i}(h, r, \mathbf{p})) \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{g_i - g_{\mu,i}(h, r, \mathbf{p})}{\sigma_g(g_{\mu,i}(h, r, \mathbf{p}))}\right)^2\right). \quad (4.26)
 \end{aligned}$$

Aufgrund des Erwartungswertes ist auch die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von der Messgröße h , der Oberflächenreflektanz r und den Filterparametern \mathbf{p} abhängig.

4.2.3 Intensitätsnormiertes Kameramodell

Das Kameramodell (4.23) hängt von der Oberflächenreflektanz des Messobjektes ab. In der Bildverarbeitung ist es üblich, eine solche unerwünschte Abhängigkeit von einem Störparameter r mittels Normierung zu eliminieren. Dazu wird das intensitätsnormierte Kameramodell

$$\mathbf{g}_C := \frac{\mathbf{g}_\mu}{\|\mathbf{g}_\mu\|_i} \quad (4.27)$$

eingeführt. In Anlehnung an die Farbbildverarbeitung wird der normierte Intensitätsvektor \mathbf{g}_C als Chromatizitätsvektor bezeichnet. Sowohl die Summennorm ($i = 1$) [Jäh05], die euklidische Norm ($i = 2$) [Tap12c], sowie die Maximumnorm ($i \rightarrow \infty$) [Smi78] kommen zum Einsatz. Es sind aber auch Mischformen gebräuchlich [Tap12c]. In allen Fällen kürzt sich der multiplikative Einfluss r heraus, wobei in dieser Arbeit die euklidische Norm ($i = 2$) gewählt wird.

4.2.4 Intensitätsnormiertes Rauschmodell

Unglücklicherweise hat ein intensitätsnormiertes Kameramodell kein entsprechend normiertes Rauschmodell zur Folge. Der Grund hierfür liegt im

modellierten Photonenrauschen, bei dem die absolute Anzahl detektierter Photonen ausschlaggebend ist.

Die Intensitätsnormierung des Kameramodells (4.27) entspricht einer linearen Transformation des Zufallsvektors $\mathbf{G}_T = \mathbf{G}_K / \|\mathbf{g}_\mu\|_2$. Der Term $\|\mathbf{g}_\mu\|_2$ stellt dabei einen nicht zufälligen Skalar dar, wodurch sich der Erwartungswertvektor $E\{\mathbf{G}_T\} = \mathbf{g}_\mu / \|\mathbf{g}_\mu\|_2 = \mathbf{g}_C$ ergibt. Gemäß $\text{Var}\{aX + b\} = a^2 \text{Var}\{X\}$ zur linearen Transformation einer Zufallsvariable folgt die transformierte Kovarianzmatrix

$$\Sigma_T(\mathbf{g}_\mu) = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_g^2(g_{\mu,1})}{\|\mathbf{g}_\mu\|_2^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{\sigma_g^2(g_{\mu,n})}{\|\mathbf{g}_\mu\|_2^2} \end{pmatrix}. \quad (4.28)$$

Folglich steht die transformierte Varianz

$$\begin{aligned} \text{Var}\{G_{T,i}\} &= \frac{\sigma_g^2(g_{\mu,i})}{\|\mathbf{g}_\mu\|_2^2} = \frac{\sigma_d^2 + g_{\mu,i}k}{\|\mathbf{g}_\mu\|_2^2} \approx \frac{g_{\mu,i}k}{\|\mathbf{g}_\mu\|_2^2} \\ &= \frac{r}{r^2} \frac{g'_{\mu,i}k}{(g'_{\mu,1})^2 + \dots + (g'_{\mu,n})^2} \propto \frac{1}{r} \end{aligned} \quad (4.29)$$

in funktionaler Abhängigkeit von der Oberflächenreflektanz r . Dabei bezeichnet $\mathbf{g}'_\mu = \mathbf{g}_\mu / r$ das Kameramodell ohne Vorfaktor r . Bei dieser Betrachtung wurde der Varianzanteil des Dunkelrauschens σ_d^2 approximativ vernachlässigt. Im Vergleich mit dem Photonenrauschen ist dieser Anteil gering, wenn hohe Intensitäten betrachtet werden (vgl. Abbildung 4.10).

Die Intensitätsnormierung (4.27) erfüllt ihren Zweck nur für das Kameramodell, für das Rauschmodell bleibt eine Abhängigkeit von der Oberflächenreflektanz bestehen. Um trotzdem mit dem normierten Kameramodell arbeiten zu können, ist eine *Worst-Case*-Annahme notwendig. Diese Situation ist durch eine minimal tolerierbare Lichtmenge charakterisiert, welche durch $r(\mathbf{x}) = r_{\min}$ bestimmt ist. Das Rauschmodell beschreibt somit den ungünstigsten Fall, d.h. alle Situationen mit höheren Reflektanzen $r(\mathbf{x}) \geq r_{\min}$ führen entsprechend zu weniger Rauschen als modelliert. Entsprechend (4.28) resultiert die Kovarianzmatrix

$$\Sigma_{\mathbf{T}}(\mathbf{g}_{\mu}(r_{\min})) = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_g^2(\mathbf{g}_{\mu,1}(r_{\min}))}{\|\mathbf{g}_{\mu}(r_{\min})\|_2^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{\sigma_g^2(\mathbf{g}_{\mu,n}(r_{\min}))}{\|\mathbf{g}_{\mu}(r_{\min})\|_2^2} \end{pmatrix}. \quad (4.30)$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des transformierten Zufallsvektors $\mathbf{G}_{\mathbf{T}} = \mathbf{G}_{\mathbf{K}}/\|\mathbf{g}_{\mu}\|_2$ ergibt sich, wenn der transformierte Erwartungswert $E\{\mathbf{G}_{\mathbf{T}}\} = \mathbf{g}_{\mu}/\|\mathbf{g}_{\mu}\|_2$ und die Kovarianzmatrix (4.30) in (4.26) eingesetzt werden.

4.2.5 Anmerkungen

Die lineare Modellierung der Varianz als Funktion des erwarteten Intensitätswertes (4.25) ist für die Betrachtung der Cramér-Rao-Ungleichung in Abschnitt 6.3.1 hinderlich. Aus diesem Grund wird für diese Betrachtung ein einfacheres Modell eingeführt, welches alle Kamerakanäle mit derselben konstanten Varianz σ^2 beschreibt. In diesem Fall kann die Kovarianzmatrix

$$\Sigma = \sigma^2 \mathbf{I} \quad (4.31)$$

mithilfe der Einheitsmatrix \mathbf{I} dargestellt werden.

Wird statt dieser einfachen Kovarianzmatrix (4.31) die transformierte Kovarianzmatrix (4.30) verwendet, dann haben die absoluten Filtertransmissionen $\mathbf{f}(\lambda, \alpha, \phi, \mathbf{p})$ einen Einfluss auf das Kamerarauschen. Eine höhere Filtertransmission $\mathbf{f}(\lambda, \alpha, \phi, \mathbf{p})$ korrespondiert in diesem Fall mit einer geringeren normierten Varianz, da mehr Photonen eingesammelt werden.

Abschließend soll die nichtlineare Abhängigkeit der beobachteten Intensitätswerte \mathbf{g} von der Messgröße h betrachtet werden. Durch das chromatisch konfokale Messprinzip ist das beobachtete Lichtspektrum $s(\lambda, h)$ von der Objekthöhe abhängig. Im Kameramodell (4.23), welches die erwarteten Intensitätswerte $\mathbf{g}_{\mu}(h)$ beschreibt, wird über dieses Lichtspektrum integriert. In Abhängigkeit der Wellenlänge wird $s(\lambda, h)$ dabei durch die Filtertransmissionen $\mathbf{f}(\lambda, \alpha, \phi, \mathbf{p})$ gewichtet, welche eine nichtlineare Abhängigkeit von der Wellenlänge besitzen. Aus diesem Grund besteht keine lineare Abhängigkeit der Beobachtung $\mathbf{g}_{\mu}(h)$ von der Messgröße h . Diese Eigenschaft spielt bei der Optimierung von Filtersätzen eine wichtige Rolle und muss berücksichtigt werden.

5

Signalverarbeitung für chromatische Sensoren

Nach dem Stand der Forschung können zwei Arten von chromatischen Sensoren unterschieden werden. Am häufigsten ist eine Umsetzung mit Spektrometern vorzufinden, weswegen dieser Ansatz hier als klassisches Messverfahren bezeichnet wird. Eine alternative technische Ausprägung ersetzt das Spektrometer durch eine multispektrale Kamera, welche nur wenige optische Filter verwendet. Dies erfordert eine andere Signalverarbeitung, die in diesem Kapitel für chromatisch konfokale Sensoren vorgestellt wird. Die zwei unterschiedlichen Messprinzipien sind für einen chromatisch konfokalen Punktsensor in Abbildung 2.1 visualisiert.

5.1 Klassisches Messprinzip mit Spektrometer

Bei einem chromatisch konfokalen 3D-Sensor hängt die Messgröße direkt mit der Lage des sogenannten Konfokalpeaks des Spektrums zusammen. Die Signalverarbeitung besteht darin, die mittlere Wellenlänge dieses Intensitätsmaximums zu bestimmen. In der Richtlinie [Vdi10] werden dazu die Methoden:

- Maximumsuche
- Flächenschwerpunktverfahren (optional mit quadrierten Intensitätswerten)
- Filterverfahren durch Anpassung einer *Gauß*-Kurve oder Parabel

vorgeschlagen. Diese Methoden wurden ursprünglich für konfokale 3D-Sensoren ohne chromatische Aufspaltung entwickelt. Sie lassen sich jedoch direkt auf chromatische Sensoren übertragen [Luo12]. In dieser Arbeit wird die *Gauß*-Methode in Abschnitt 7.1.1 genutzt, um den Spektrometeransatz experimentell umzusetzen. Gemäß [Lea11, S.242] ist das Anpassen einer Parabel die am häufigsten angewendete Methode.

5.2 Messprinzip mit multispektraler Kamera

Die Signalverarbeitung des Messprinzips mit wenigen optischen Filtern kann direkt aus der Schätztheorie abgeleitet werden. Diese nutzt das Sensormodell, um von einer verrauschten Beobachtung auf den Messwert zu schließen. Dazu werden die *Least-Square*- (LS), die *Maximum-Likelihood*- (ML) und die *Maximum-a-posteriori*-Schätzfunktion (MAP) vorgestellt. Der LS-Schätzer ist aufgrund seiner einfachen geometrischen Interpretation hilfreich und wird später zur Herleitung einer Approximation des *Bayesian Experimental Design* verwendet. In dieser Arbeit wird sowohl auf die *Bayessche* Schätztheorie als auch auf die klassische frequentistische Schätztheorie Bezug genommen. Aus diesem Grund wird der ML- und MAP-Schätzer als jeweiliger Vertreter vorgestellt. Für eine technisch sinnvolle Annahme wird jedoch gezeigt, dass beide Schätzmethoden in ihrem Ergebnis übereinstimmen.

Abschließend wird eine Intensitätsnormierung vorgestellt, welche es ermöglicht, die Datenrate zu reduzieren. Die Eignung des CCT-Sensors für Hochgeschwindigkeitsmessungen wird dadurch motiviert, dass derzeitige vergleichbare Sensoren mit Spektrometeransatz durch ihre Datenrate limitiert sind. Für die Signalverarbeitung des CCT-Sensors ist es somit von Bedeutung, dass die Datenrate auf algorithmische Weise weiter reduziert werden kann.

5.2.1 Schätzverfahren zur Messgrößenbestimmung

Mit dem Sensormodell des CCT-Sensors können die zu erwartenden Beobachtungen $\mathbf{g}_\mu(h)$ vorhergesagt werden. Die Beobachtungen \mathbf{g} weichen jedoch aufgrund von Rauscheinflüssen von dieser Vorhersage ab. Eine deterministische Erklärung der Beobachtung ist somit nicht möglich und die zugrundeliegenden Parameter können lediglich geschätzt werden.

Der beste Schätzwert \hat{h} minimiert im Falle des gewichteten LS-Schätzers die Gleichung

$$\hat{h}(\mathbf{g}) := \operatorname{argmin}_h \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (g_i - g_{\mu,i}(h)) (g_j - g_{\mu,j}(h)).$$

Die Gewichtungskoeffizienten w_{ij} können dabei in einer Matrix \mathbf{W} organisiert werden. Für den Fall eines linearen Sensormodells, bei dem die Beobachtung linear vom Schätzparameter abhängt, kann gezeigt werden, dass der beste erwartungstreue LS-Schätzer eine Gewichtungsmatrix $\mathbf{W} = \Sigma^{-1}$ besitzt [vdB07, S. 145]. Gilt zusätzlich der Spezialfall $\Sigma = \sigma^2 \mathbf{I}$ aus Gleichung (4.31), dann löst dieser das Minimierungsproblem

$$\hat{h}_{\text{LS}}(\mathbf{g}) = \operatorname{argmin}_h \sum_{i=1}^n (g_i - g_{\mu,i}(h))^2 = \operatorname{argmin}_h \|\mathbf{g} - \mathbf{g}_\mu(h)\|_2^2. \quad (5.1)$$

Der Schätzwert minimiert somit den euklidischen Abstand zwischen beobachtetem Intensitätsvektor \mathbf{g} und modellierter Beobachtung $\mathbf{g}_\mu(h)$. Die einfache geometrische Interpretation ist hilfreich und wird zur Motivation einer Approximation des *Bayesian Experimental Design* genutzt.

Die Annahme eines linearen Modells, welche für das Ergebnis (5.1) gemacht wurde, ist beim CCT-Sensor nicht erfüllt, weswegen der ML-Schätzer betrachtet wird. Der wesentliche Unterschied zum LS-Schätzer liegt darin, dass die Information der modellierten Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (4.26) mitberücksichtigt wird. Der ML-Schätzwert ist definiert als [vdB07]:

$$\hat{h}_{\text{ML}}(\mathbf{g}) := \operatorname{argmax}_h p(\mathbf{g}|h, \mathbf{p}) \quad (5.2)$$

und kann als die wahrscheinlichste Erklärung der beobachteten Daten \mathbf{g} interpretiert werden. Eine wichtige Eigenschaft der ML-Schätzmethode ist,

dass alle effizienten und erwartungstreuen Schätzmethoden dem ML-Schätzer entsprechen [vdB07]. Ein Schätzer wird als effizient bezeichnet, wenn seine Varianz die untere Schranke der *Cramér-Rao*-Ungleichung erreicht. Diese wird in Abschnitt 6.3.1 vorgestellt.

Die ML-Methode entstammt der frequentistischen Schätztheorie. Ein Schätzparameter stellt hierbei eine unbekannte Größe dar, welche nicht direkt beobachtet werden kann. Stattdessen sind lediglich Beobachtungen möglich, welche in einem stochastisch modellierten Zusammenhang zur Schätzgröße stehen. Diese entstammen einem wiederholbaren Experiment, in welchem die Beobachtungen durch zufällige Rauscheinflüsse gestört werden. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff wird dabei durch die beobachteten relativen Häufigkeiten gerechtfertigt.

Der MAP-Schätzer basiert hingegen auf der *Bayesschen* Statistik. Dort stellt der Schätzparameter selbst eine Zufallsvariable dar und ist durch seine a-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung charakterisiert. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff wird dabei freier als *degree of belief*¹ interpretiert. Für eine umfassende Gegenüberstellung im Kontext der Parameterschätzung sei auf [Sam10] verwiesen.

Der MAP-Schätzwert ist definiert als [Koc00]

$$\begin{aligned}\hat{h}_{\text{MAP}}(\mathbf{g}) &:= \arg \max_h p(h|\mathbf{g}, \mathbf{p}) \\ &= \arg \max_h \frac{p(\mathbf{g}|h, \mathbf{p}) p(h)}{\int p(\mathbf{g}|h, \mathbf{p}) p(h) dh}.\end{aligned}\tag{5.3}$$

Die A-priori-Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $p(h)$ beschreibt dabei, wie häufig mit welcher Objekthöhe im Messbereich zu rechnen ist. Da keine Information darüber vorliegt, wie der Sensor eingesetzt wird, wird die A-priori-Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung

$$p(h) := \begin{cases} \frac{1}{h_{\max} - h_{\min}}, & \text{falls } h_{\min} \leq h \leq h_{\max} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

¹ Der englische Begriff *degree of belief* kann als »Grad des Dafürhaltens« übersetzt werden.

einer Gleichverteilung gewählt. Wird diese Annahme in (5.3) eingesetzt, resultiert das Maximierungsproblem (5.2) der ML-Schätzfunktion. Für diesen Fall stimmen somit die Schätzergebnisse und die Eigenschaften beider Verfahren überein.

Aufgrund des nichtlinearen Kameramodells müssen die hier vorgestellten Schätzfunktionen numerisch maximiert werden. Gängige Optimierungsverfahren für die Parameterschätzung werden in [vdB07] vorgestellt. Zur Realisierung einer echtzeitfähigen Signalverarbeitung können diese Optimierungsrechnungen einmalig offline durchgeführt werden und in einer *Lookup*-Tabelle gespeichert werden. Während der Messung erfolgen dann nur Speicherzugriffe, die wiederum mit hoher Geschwindigkeit technisch realisiert werden können. Da die *Lookup*-Tabellen mitunter sehr groß¹ ausfallen können, ist eine Datenreduktion durch eine Intensitätsnormierung sinnvoll. Diese wird im nächsten Abschnitt vorgestellt.

5.2.2 Datenreduktion durch Intensitätsnormierung

Der erste Schritt der Signalverarbeitung für einen CCT-Sensor besteht in einer Normierung

$$\mathbf{g}_C = \frac{\mathbf{g}}{\|\mathbf{g}\|_2}, \quad (5.4)$$

wodurch die Chromatizitätsvektoren \mathbf{g}_C erhalten werden. Als Resultat befindet sich jede normierte Beobachtung auf der Oberfläche einer Hypersphere mit dem Radius eins. Die hier vorgestellte Intensitätsnormierung projiziert diese Oberfläche auf einen Unterraum, wodurch die Beobachtungsdaten im ursprünglichen Koordinatensystem mit einer Dimension weniger dargestellt werden können. Die Transformation basiert auf der stereographischen Projektion und besteht aus den folgenden drei Schritten:

¹ Z.B. beträgt der Speicherbedarf einer *Lookup*-Tabellen für eine multispektralen Kamera mit sechs Kanälen (256Bit)⁶ · 16Bit ≈ 563Terabyte (8 Bit Kameraquantisierung, 6 Kamerakanäle, 16 Bit Höhenauflösung). Durch eine Intensitätsnormierung kann dieser Speicherbedarf auf 2,2 Terabyte reduziert werden. Es muss jedoch beachtet werden, dass die *Lookup*-Tabelle nur dünn besetzt ist, was zur weiteren Reduktion des Speicherbedarfs genutzt werden kann.

- Normierung der Intensitätsvektoren
- Rotation der Chromatizitätsvektoren
- Stereographische Projektion der Chromatizitätsvektoren

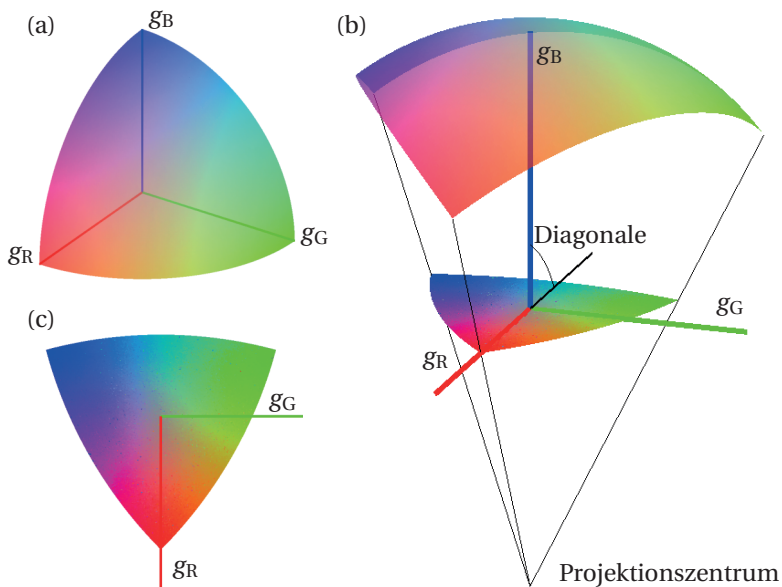


Abbildung 5.1: Visualisierung der Intensitätsnormierung in einem beispielhaften 3-dim. RGB-Raum. (a) Kameraspesifischer RGB-Beobachtungsraum mit Farbkoordinaten auf einer Kugel um den Ursprung. Jede Farbkoordinate ist gemäß ihrer RGB-Werte eingefärbt. (b) Rotierter RGB-Raum, sodass der diagonale Vektor auf der g_B -Achse zu liegen kommt. (c) Stereographische Projektion auf die g_R - g_G -Ebene und resultierender zweidimensionaler Chromatizitätsraum.

Die einzelnen Schritte sind in Abbildung 5.1 für einen dreidimensionalen Farbraum dargestellt. In diesem Fall ist es zulässig, den Begriff *Farbe* zu verwenden, da Abbildung 5.1 einen dem menschlichen Sinneseindruck nachempfundenen RGB-Raum zeigt. In Anlehnung an eine Farbtransformation

werden die normierten Beobachtungsvektoren \mathbf{g}_C als Chromatizitätsvektoren bezeichnet.

Der erste Schritt wird in Gleichung (5.4) vorgestellt. Die anschließende Rotation erfolgt mittels der Rotationsmatrix \mathbf{R}_n , welche die Gleichung

$$\mathbf{R}_n \left(\frac{1}{\sqrt{n}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{n}} \right)^\top = (0, \dots, 0, 1)^\top$$

löst. Die Dimension n des Beobachtungsraumes ist durch die Anzahl der Kamerakanäle gegeben. Die Drehung rotiert dabei einen Punkt der Diagonalen auf die letzte Achse. Gemäß der *Euler*-Winkel kann die Drehmatrix $\mathbf{R}_n = \mathbf{R}_{n,1} \mathbf{R}_{n,2} \cdots \mathbf{R}_{n,n-1}$ durch $n - 1$ Teilmatrizen gebildet werden [Sal99]. Diese beschreiben jeweils eine Drehung um eine Achse mit Hilfe des Drehkästchens:

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \end{bmatrix}.$$

Die Drehwinkel θ_i werden in Abhängigkeit von der Dimension n wie folgt gewählt:

$$\theta_1 = \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{n-1}} \right)$$

$$\theta_2 = \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{n-2}} \right)$$

⋮

$$\theta_{n-2} = \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\theta_{n-1} = \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right).$$

Beispiele für Matrizen unterschiedlicher Dimensionen n sind im Anhang 8.2 zu finden. Abschließend wird die stereographische Projektion

$$\mathbf{g}_P := (g_{P,1}, \dots, g_{P,n-1})^\top = \left(\frac{g_{C,1}}{1 + g_{C,n}}, \dots, \frac{g_{C,n-1}}{1 + g_{C,n}} \right)^\top$$

durchgeführt. Der Vektor \mathbf{g}_P hat gegenüber der ursprünglichen Darstellung \mathbf{g} eine um eins verringerte Dimension. Die ursprüngliche Information über die

absolute Intensität ist in \mathbf{g}_p nicht mehr enthalten. Für einen Hochgeschwindigkeitssensor kann dadurch der Datenstrom reduziert und die Größe von *Lookup*-Tabellen zur Realisierung der Schätzfunktionen verkleinert werden.

6

Optimierung von Filtersätzen

In Kapitel 4 wurde ein Sensormodell entwickelt, mit dem für gegebene Parameter das Messergebnis vorhergesagt werden kann. Die Modellparameter können dabei in Schätzparameter und Designparameter aufgeteilt werden. Aus den Beobachtungen einer Messung werden die unbekanntenen Schätzparameter bestimmt, wobei je nach anwendungsspezifischem Interesse zusätzlich zwischen Störparameter¹ und Messgröße unterschieden wird. Z.B. stellt im Falle des CCT-Sensors die Oberflächenreflektanz einen Störparameter dar, welcher für die eigentliche Aufgabe einer 3D-Messung uninteressant, jedoch zur vollständigen Modellierung einer Beobachtung notwendig ist.

Für die Optimierung von Filtersätzen sind die Designparameter von zentraler Bedeutung. Diese werden als bekannt angenommen und können vom Experimentator frei gewählt werden. Dieses Kapitel behandelt im Wesentlichen die Fragestellung, wie diese Designparameter dazu genutzt werden können, die Messunsicherheit des CCT-Sensors zu reduzieren. Die wissenschaftliche Herausforderung liegt in der Quantifizierung der Messunsicherheit, um diese in einer Optimierungsrechnung zu reduzieren. Problematisch ist auf der einen Seite der hohe Rechenaufwand einer annähernd exakten numerischen Lösung. Auf der anderen Seite verhindert das nichtlineare Sensormodell den Einsatz gängiger Approximationen.

¹ engl. *nuisance parameter*

Das Kameramodell $\mathbf{g}_\mu(h, r, \mathbf{p})$ wird in diesem Kapitel oft verwendet. Dabei werden aus Gründen der besseren Lesbarkeit nicht immer alle Abhängigkeiten mitgeführt. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass z.B. $\mathbf{g}_\mu(h)$ als kompakte Schreibweise für $\mathbf{g}_\mu(h, r, \mathbf{p})$ genutzt wird. Des Weiteren sei darauf hingewiesen, dass sowohl in der Domäne der Wellenlänge als auch bezüglich der Höhenschätzung argumentiert werden kann. Dabei wird der lineare Zusammenhang (4.19) zwischen fokussierter Wellenlänge und Objekthöhe ausgenutzt.

Kapitel 6 gliedert sich wie folgt: Zu Beginn wird der Zusammenhang zwischen Schichtaufbau und Transmission für Interferenzfilter vorgestellt. Anschließend wird in Abschnitt 6.2 das Optimierungsproblem näher betrachtet. Dabei werden zwei Teilprobleme identifiziert, welche unabhängig voneinander die Messunsicherheit beeinflussen. In 6.3 werden drei Ansätze zur Quantifizierung der Messunsicherheit behandelt und entsprechende Optimierungsfunktionale formuliert.

6.1 Optimierung von Interferenzfiltern

Eine multispektrale Kamera ist durch die spektralen Empfindlichkeiten der einzelnen Kamerakanäle charakterisiert. Um diese technisch zu realisieren, werden in dieser Arbeit Interferenzfilter eingesetzt. Durch die geeignete Wahl der Dicken und Brechungsindizes eines Dünnschichtaufbaus können nahezu beliebige Filtertransmissionen erreicht werden [Dob78]. Zusätzlich existieren Fertigungsverfahren, welche auch komplizierte Schichtabfolgen mit geringer Fertigungstoleranz herstellen können. Auch wenn die Wahl von Interferenzfiltern technisch gut gerechtfertigt werden kann, stellt sie letztlich eine willkürliche Festlegung dar. Eine Auflistung alternativer Technologien, welche eine Optimierung der Filtertransmission erlauben, ist in Abschnitt 3.3 zu finden. Zur Berechnung der Transmission für einen Interferenzfilter, wie er in Abbildung 6.1 dargestellt ist, müssen zwei Aspekte betrachtet werden: Neben dem Dünnschichtaufbau trägt auch der Grenzflächenübergang an der Rückseite des Filters zur resultierenden Filtertransmission bei. Für technisch relevante, polychromatische Lichtquellen kann dabei angenommen werden, dass die Substratdicke größer ist als die Kohärenzlänge des Lichts. Für diesen Fall werden im Folgenden die Schritte zur Berechnung der Filtertransmission

vorgestellt, wobei für Details auf [Lar08] verwiesen wird. Eine Herleitung, die auf den *Maxwell*-Gleichungen aufbaut, kann der Standardliteratur entnommen werden [Mac01, Fur92, Orf10].

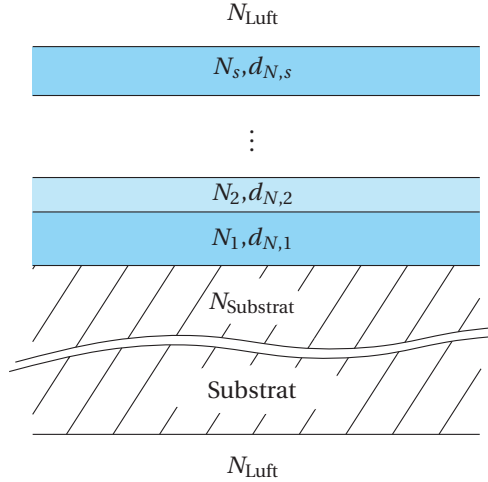


Abbildung 6.1: Schichtaufbau eines Interferenzfilters mit alternierenden Brechungsindizes. Auch das Substrat des Filters trägt durch die Grenzfläche Substrat/Luft zur Transmission bei.

Die Filtertransmission $f_i(\lambda, \alpha, \phi, \mathbf{p}_i)$ des Filters i mit Parametervektor $\mathbf{p}_i = (N_s, d_{N,s}, \dots, N_1, d_{N,1}, N_{\text{Luft}}, N_{\text{Substrat}})^\top$ kann wie folgt berechnet werden: Jede Schicht j mit Brechungsindex N_j und Schichtdicke $d_{N,j}$ wird durch eine charakteristische Matrix

$$\mathbf{C}_j(\phi) = \begin{pmatrix} \cos(\psi_j) & \frac{i}{\eta_j} \sin(\psi_j) \\ i\eta_j \sin(\psi_j) & \cos(\psi_j) \end{pmatrix}, \text{ mit}$$

$$\eta_j := \begin{cases} \sqrt{N_j^2 - \alpha^2}, & \text{falls } \phi = 1, \text{ (s-Polarisation)} \\ \frac{N_j^2}{\sqrt{N_j^2 - \alpha^2}}, & \text{falls } \phi = 0 \text{ (p-Polarisation) und} \end{cases}$$

$$\psi_j := \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{N_j^2 - \alpha^2} d_{N,j}$$

beschrieben. Dabei beschreibt λ die Wellenlänge und α den Einfallswinkel. Bezüglich der Polarisation ϕ ist eine Fallunterscheidung notwendig. Um beliebige Polarisationszustände zu behandeln, werden die Filtertransmission für beide Fälle berechnet und anschließend entsprechend ihrem Verhältnis von s- und p-Polarisation verrechnet. Der Brechungsindex N_j kann im Falle einer absorbierenden Schicht eine komplexe Zahl darstellen [Zin13, S.23]. Ein kompletter Schichtaufbau kann dann durch die charakteristische Matrix

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \prod_{j=k}^1 \mathbf{C}_j$$

beschrieben werden und die Transmission T_F , bzw. Reflektion R_F ergibt sich gemäß

$$T_F(\lambda, \alpha, \phi, \mathbf{p}_i) = \frac{\operatorname{Re}\{N_{\text{Substrat}}\}}{\operatorname{Re}\{N_{\text{Luft}}\}} |T'_F|^2, \quad R_F(\lambda, \alpha, \phi, \mathbf{p}_i) = |R'_F|^2, \quad \text{mit} \quad (6.1)$$

$$T'_F = \frac{2\eta_{\text{Luft}}}{\eta_{\text{Luft}}c_{11} + \eta_{\text{Substrat}}c_{22} + \eta_{\text{Luft}}\eta_{\text{Substrat}}c_{12} + c_{21}} \quad \text{und}$$

$$R'_F = \frac{\eta_{\text{Luft}}c_{11} - \eta_{\text{Substrat}}c_{22} + \eta_{\text{Luft}}\eta_{\text{Substrat}}c_{12} - c_{21}}{\eta_{\text{Luft}}c_{11} + \eta_{\text{Substrat}}c_{22} + \eta_{\text{Luft}}\eta_{\text{Substrat}}c_{12} + c_{21}}.$$

Um die Filtertransmission $f_i(\lambda, \alpha, \phi, \mathbf{p}_i)$ zu erhalten, muss neben dem Interferenzfilterschichtaufbau auf der Vorderseite auch die Grenzfläche Substrat/Luft an der Rückseite betrachtet werden. Auch diese Grenzfläche kann mit Hilfe von Gleichung (6.1) beschrieben werden. Die Filtertransmission

$$f_i(\lambda, \alpha, \phi, \mathbf{p}_i) = \frac{T_{\text{FV}} T_{\text{FR}} \exp(2\beta)}{1 - R_{\text{FV}}^- R_{\text{FR}} \exp(4\beta)}, \quad \text{mit}$$

$$\beta := \operatorname{Im} \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{N_{\text{Substrat}}^2 - \alpha^2 d_{\text{N,Substrat}}} \right\}$$

ergibt sich als Ergebnis einer geometrischen Reihe, welche Mehrfachreflektionen zwischen Vorder- und Rückseite berücksichtigt. Das Substrat kann dabei als absorbierendes Medium modelliert werden, indem ein komplexer Brechungsindex N_{Substrat} gewählt wird. Die Indizes T_{FV} und T_{FR} kennzeichnen die Transmission an der Vorder-, bzw. Rückseite und R_{FV}^- beschreibt

die Reflektanz an der Vorderseite in inverser Richtung. Je nach betrachteter Richtung muss die Reihenfolge des Schichtaufbaus in (6.1) invertiert werden [Lar08]. Der Operator $\text{Im}\{\cdot\}$ bezeichnet den Imaginärteil und entsprechend $\text{Re}\{\cdot\}$ den Realteil.

6.2 Teilprobleme der Optimierung

Ziel der hier betrachteten Optimierung ist ein Sensordesign mit verminderter Messunsicherheit. Hierfür existieren zwei wesentliche Ursachen mit unterschiedlichem Charakter. Zum einen sind nur verrauschte Beobachtungen möglich, was zu einer gewissen Messunsicherheit führt. Das zweite Teilproblem beschreibt eine Eindeutigkeitsproblematik der Wellenlängenschätzung aus den Multispektraldaten, welche sich auch negativ auf die resultierende Messunsicherheit auswirken kann.

Um die beiden Teilprobleme zu visualisieren, wird eine Darstellung eingeführt, welche das Sensormodell als mehrdimensionalen Pfad beschreibt. Als Pfad wird dabei die zusammenhängende Menge $\{\mathbf{g}_\mu(h) | h \in [h_{\min}, h_{\max}]\}$ bezeichnet. Der Verlauf dieses Pfades visualisiert dabei die erwartete Veränderung der Beobachtung als Funktion einer veränderten Objekthöhe h . Eine beispielhafte Pfadrepräsentation ist in Abbildung 6.2 dargestellt, wobei diesem Schaubild ein Sensormodell mit den in 6.3 dargestellten Filtertransmissionen zugrunde liegt.

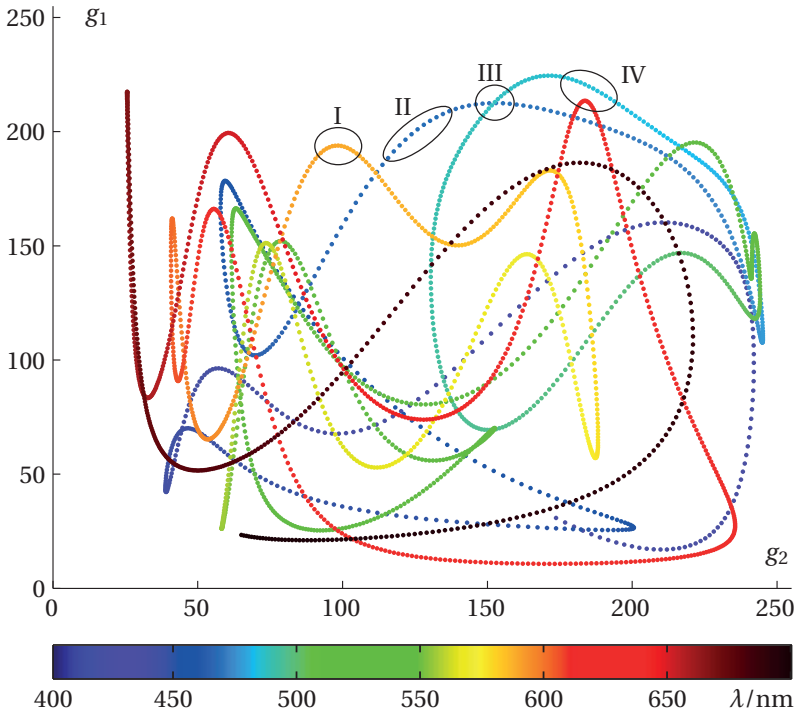


Abbildung 6.2: Beispielhafte Pfadrepräsentation einer zweikanaligen multispektralen Kamera. Die Farbskala beschreibt die fokussierte Wellenlänge und erlaubt einen Vergleich mit dem Sensormodell in Abbildung 6.3.

6.2.1 Teilproblem des Beobachtungsrauschens

Werden mit einer multispektralen Kamera Intensitätswerte beobachtet, so unterliegen diese Rauscheinflüssen. Die in 5.2.1 vorgestellten Schätzfunktionen sind deterministisch, wodurch verrauschte Beobachtungen unterschiedliche Schätzergebnisse zur Folge haben. Daraus resultiert eine Varianz des Schätzergebnisses, welche als Messunsicherheit definiert werden kann [Gum08].

Vor dem Hintergrund der Filteroptimierung stellt sich die Frage, wie Filtertransmissionen verändert werden können, sodass die Messunsicherheit

reduziert werden kann. Eine Möglichkeit ist, die Empfindlichkeit bezüglich der Messgröße zu steigern. Gemäß DIN-Norm [Din95] beschreibt die Empfindlichkeit eine Art Differenzenquotienten¹ und kann als Ableitung

$$J_E(\mathbf{p}, h^\circ) := \left\| \left. \frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h, \mathbf{p})}{\partial h} \right|_{h^\circ} \right\|_2, \quad (6.2)$$

der erwarteten Beobachtung $\mathbf{g}_\mu(h, \mathbf{p})$ nach der Messgröße interpretiert werden. Wie in [Din95] angesprochen, ist die Empfindlichkeit im Falle eines nichtlinearen Modells vom Arbeitspunkt h° abhängig. Die Wahl der euklidischen Norm $\|\cdot\|_2$ ermöglicht eine skalare Maßzahl für die Empfindlichkeit und wird in einer noch folgenden Betrachtung gerechtfertigt (vgl. Gleichung (6.13)). Ein wichtiger Aspekt ist, dass die alleinige Optimierung dieses Teilproblems eine rein lokale Betrachtung darstellt. Das Optimierungsfunktional (6.2) bewertet nur die lokale Ableitung am Arbeitspunkt h° .

Die Empfindlichkeitseigenschaft kann mittels der Pfadrepräsentation gut dargestellt werden. Zum Erstellen von Schaubild 6.2 wurde die fokussierte Wellenlänge jeder Objekthöhe in diskrete Schritte $\Delta\lambda = 0,1$ nm aufgeteilt. Die Distanz benachbarter Intensitätsvektoren ist proportional zum Differenzenquotient gemäß (6.2) und ist ein Maß der Empfindlichkeit. Die markierten Ausschnitte I und II zeigen zwei Arbeitspunkte $\lambda_{\text{gelb}} \approx 580$ nm und $\lambda_{\text{blau}} \approx 450$ nm, welche eine unterschiedliche Empfindlichkeit aufweisen. Im Abschnitt II sind die als Punkte dargestellten Intensitätsvektoren deutlich weiter voneinander entfernt.

6.2.2 Teilproblem der Eindeutigkeit

Im Konzept des CCT-Sensors tritt ein zusätzliches Problem auf, welches letztlich auf das nichtlineare Sensormodell zurückzuführen ist. Je nach Wahl der spektralen Empfindlichkeit der multispektralen Kamera kann es vorkommen, dass für zwei unterschiedliche Objekthöhen der gleiche Intensitätsvektor beobachtet wird. In diesem Fall kann von einer Beobachtung nicht eindeutig

¹ Zitat: »Um die Empfindlichkeit eines Meßgerätes zu bestimmen, wird der Zeigerweg auf der Skala zur entsprechenden Änderung der Meßgröße ins Verhältnis gesetzt. Bei digital arbeitenden Geräten wird die Anzahl der Ziffernschritte auf die entsprechende Änderung der Meßgröße bezogen. Für nichtlineare Meßgeräte läßt sich die Empfindlichkeit nicht für den gesamten Meßbereich angeben, sondern ist punktweise vom Meßwert abhängig.« [Din95, S.6]

auf die zugrundeliegende Messgröße zurückgeschlossen werden. In Abbildung 6.2 ist eine solche Situation III dargestellt, bei der es zu einer Kreuzung im Pfad kommt. Wird zusätzlich das Kamerarauschen berücksichtigt, ist eine Eindeutigkeitsaussage nur noch unter Angabe einer Wahrscheinlichkeit möglich. Beispielsweise zeigt Ausschnitt IV eine Konstellation, in welcher sich zwei Pfadausschnitte annähern, aber keine Überschneidung stattfindet. Mit vergleichsweise hoher Wahrscheinlichkeit kann es in dieser Situation passieren, dass, obwohl λ_{rot} fokussiert ist, ein Intensitätsvektor $\mathbf{g}(\lambda_{\text{rot}})$ beobachtet wird, welcher ein Schätzergebnis $\hat{\lambda}(\mathbf{g}(\lambda_{\text{rot}})) = \lambda_{\text{hellblau}}$ zur Folge hat. Das Resultat ist wiederum eine gesteigerte Messunsicherheit. Die Ursache liegt hier allerdings in der Eindeutigkeitsproblematik.

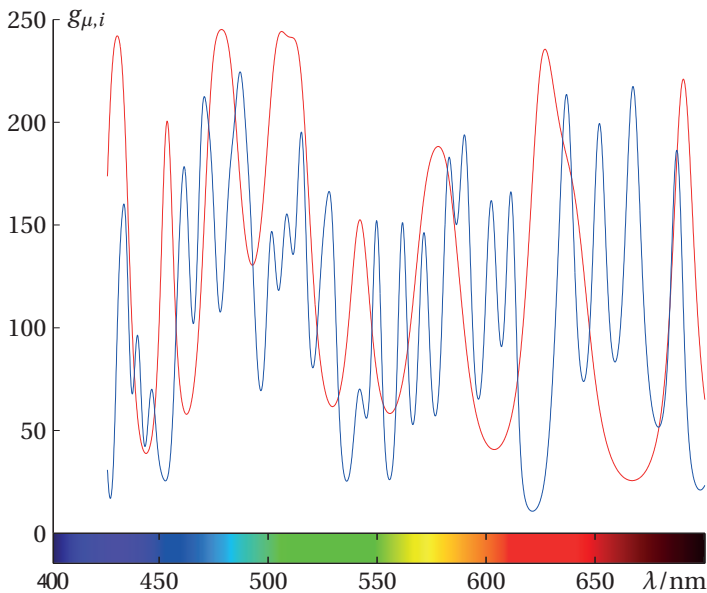


Abbildung 6.3: Dargestellt ist der erwartete Intensitätswert als Funktion einer fokussierten Wellenlänge (Intensitätswerte skaliert auf 0 – 255). Es wurden Interferenzfilter mit 17, bzw. 21 zufällig gewählten Schichtdicken verwendet.

6.3 Optimale Filtersätze und ganzheitliche Entwurfsprinzipien

»In general, the result of a measurement is only an approximation or estimate of the value of the measurand and thus is complete only when accompanied by a statement of the uncertainty of that estimate.« [Gum08, S.4]

Das obige Zitat fordert, dass für jeden Messwert auch eine Messunsicherheit ausgewiesen wird, um die Güte einer Messung zu bewerten. Das bedeutet aber auch, dass für die Aufgabenstellung einer Sensoroptimierung die Messunsicherheit direkt als Optimierungsfunktional genutzt werden kann. Allgemein formuliert entspricht die Sensoroptimierung mit dem Designparametervektor \mathbf{p} dem Minimierungsproblem

$$\mathbf{p}^* = \underset{\mathbf{p}}{\operatorname{argmin}} J_U(\mathbf{g}_\mu(\mathbf{p})),$$

wobei das Funktional $J_U(\cdot)$ die Messunsicherheit quantifiziert. In [Gum08] ist die Messunsicherheit definiert als Standardabweichung bzw. als Varianz der Messgröße. Des Weiteren wird die Messgröße h mittels der Schätzfunktionen $\hat{h}(\mathbf{g})$ aus den Beobachtungen \mathbf{g} ermittelt. Die Messunsicherheit ist somit definiert als

$$J_U := \operatorname{Var}_{h^\circ} \{ \hat{h}(\mathbf{G}_K) \}. \quad (6.3)$$

Die Beobachtung \mathbf{g} stellt dabei eine Realisierung des Zufallsvektors \mathbf{G}_K dar und die Messunsicherheit variiert je nach Arbeitspunkt h° .

Im Folgenden werden drei Ansätze vorgestellt, welche die Varianz (6.3) auf unterschiedliche Art und Weise quantifizieren. Als Erstes wird dazu die *Cramér-Rao*-Ungleichung betrachtet, welche eine untere Schranke für die Messunsicherheit darstellt. Unglücklicherweise vernachlässigt diese Vorgehensweise das Teilproblem der Eindeutigkeit. Als Alternative wird mit Hilfe des *Bayesian Experimental Design* eine numerische Lösung für das Optimierungsfunktional (6.3) hergeleitet. Diese berücksichtigt auch das Optimierungsproblem der Eindeutigkeit, jedoch ist für eine praktische Optimierung

der Rechenaufwand zu hoch. Um diesen zu reduzieren, wird abschließend eine Approximation des *Bayesian Experimental Design* vorgestellt, welche auf der *Bhattacharyya*-Ungleichung aufbaut.

6.3.1 Cramér-Rao-Ungleichung

Die *Cramér-Rao*-Ungleichung stellt eine untere Schranke für die Varianz (6.3) dar. Die Idee beim Einsatz dieser unteren Schranke für die Sensoroptimierung ist, dass Designparameter, die diese Schranke minimieren, auch die tatsächliche Messunsicherheit minimieren. Diese Aussage kann dadurch gerechtfertigt werden, dass Schätzfunktionen existieren, deren Schätzvarianz die untere Schranke der *Cramér-Rao*-Ungleichung unter gewissen Voraussetzungen erreichen [vdB07, S. 105]. Für den CCT-Sensor ist jedoch aufgrund des nichtlinearen Sensormodells keine Schätzfunktion bekannt, die diese Eigenschaft erfüllt. Nichtsdestotrotz kann empirisch gezeigt werden, dass Optimierungen, die die *Cramér-Rao*-Schranke verringern, auch die wahre Messunsicherheit reduzieren (vgl. Abschnitt 7.2). Eine weitere Besonderheit der *Cramér-Rao*-Ungleichung ist ihre geschlossene analytische Form, die eine schnelle Auswertung erlaubt.

Im Folgenden wird die *Cramér-Rao*-Ungleichung hergeleitet und anschließend diskutiert. Gegeben sei eine vektorielle Zufallsvariable $\mathbf{G}_K \sim p(\mathbf{g}|h)$ mit

$$\int p(\mathbf{g}|h) d\mathbf{g} = 1. \quad (6.4)$$

Des Weiteren soll der Fall $\hat{h}(\mathbf{g})$ eines erwartungstreuen Schätzers für h betrachtet werden¹. Unter Ausnutzung der Erwartungstreue $E\{\hat{h}(\mathbf{G}_K)\} = h$ verschwindet die erwartete Differenz der Schätzung und der zugrundeliegenden Messgröße h . Es gilt somit

$$E\{\hat{h}(\mathbf{G}_K) - h^\circ | h^\circ\} = \int (\hat{h}(\mathbf{g}(h^\circ, r, \mathbf{p})) - h^\circ) p(\mathbf{g}|h^\circ) d\mathbf{g} = 0. \quad (6.5)$$

¹ Die *Cramér-Rao*-Ungleichung kann auch für den Fall eines nicht erwartungstreuen Schätzers hergeleitet werden [vdB07, S.72].

Durch Differenzierung von (6.5) unter Anwendung der Produktregel und in der Annahme, dass Integration bezüglich \mathbf{g} und Differentiation bezüglich h vertauschbar sind, folgt

$$\begin{aligned} & \left. \frac{\partial}{\partial h} \right|_{h^\circ} \int (\hat{h}(\mathbf{g}) - h^\circ) p(\mathbf{g}|h^\circ) d\mathbf{g} \\ &= \int (\hat{h}(\mathbf{g}) - h^\circ) \left. \frac{\partial p(\mathbf{g}|h)}{\partial h} \right|_{h^\circ} d\mathbf{g} - \int p(\mathbf{g}|h^\circ) d\mathbf{g} = 0. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Unter Ausnutzung von (6.4) und des Zusammenhangs

$$\frac{\partial p(\mathbf{g}|h)}{\partial h} = \frac{\partial \exp(\ln(p(\mathbf{g}|h)))}{\partial h} = p(\mathbf{g}|h) \frac{\partial \ln(p(\mathbf{g}|h))}{\partial h}$$

kann (6.6) vereinfacht und umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} 1 &= \int (\hat{h}(\mathbf{g}) - h^\circ) p(\mathbf{g}|h^\circ) \left. \frac{\partial \ln(p(\mathbf{g}|h))}{\partial h} \right|_{h^\circ} d\mathbf{g} \\ &= \int \left((\hat{h}(\mathbf{g}) - h^\circ) \sqrt{p(\mathbf{g}|h^\circ)} \left(\sqrt{p(\mathbf{g}|h^\circ)} \left. \frac{\partial \ln(p(\mathbf{g}|h))}{\partial h} \right|_{h^\circ} \right) \right) d\mathbf{g}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Wird das so erhaltene Zwischenergebnis (6.7) in quadrierter Form in die *Cauchy-Schwarzsche-Ungleichung* eingesetzt, resultiert

$$\underbrace{\int (\hat{h}(\mathbf{g}) - h^\circ)^2 p(\mathbf{g}|h^\circ) d\mathbf{g}}_{\text{Var}\{.}\}} \underbrace{\int \left(\left. \frac{\partial \ln(p(\mathbf{g}|h))}{\partial h} \right|_{h^\circ} \right)^2 p(\mathbf{g}|h^\circ) d\mathbf{g}}_{:=F_{h^\circ}} \geq 1, \quad (6.8)$$

wobei der erste Term der Messunsicherheit und der zweite Term die sogenannte *Fisher-Information* beschreibt. Durch Umstellung ergibt sich die *Cramér-Rao-Ungleichung*

$$\text{Var}_{h^\circ} \{ \hat{h}(\mathbf{G}_K) \} \geq \frac{1}{F_{h^\circ}}, \quad (6.9)$$

wobei

$$F_{h^\circ} = \int \underbrace{\left(\left. \frac{\partial \ln(p(\mathbf{g}|h))}{\partial h} \right|_{h^\circ} \right)^2}_{(s_{h^\circ})^2} p(\mathbf{g}|h^\circ) d\mathbf{g} = \text{E} \{ (s_{h^\circ})^2 \} \quad (6.10)$$

die *Fisher-Information* bezüglich der Messgröße h am Arbeitspunkt h° angibt [vdB07, S.60]. Die Darstellung als Erwartungswert ist nützlich, wobei s_{h° als *Fisher score* bezeichnet wird [vdB07, S.23].

Für das entwickelte Sensormodell kann die *Fisher-Information* als analytischer Ausdruck ausgewertet werden. Dazu wird im ersten Schritt die logarithmierte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (4.26) des Rauschmodells

$$\begin{aligned}
 & \ln(p(\mathbf{g}|h)) \\
 &= -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\ln(|\Sigma|) - \frac{1}{2}(\mathbf{g} - \mathbf{g}_\mu(h))^\top \Sigma^{-1}(\mathbf{g} - \mathbf{g}_\mu(h)) \\
 &= -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\ln(|\Sigma|) - \frac{1}{2}\sum_i \sum_j d_i(h)\varepsilon_{ij}^- d_j(h)
 \end{aligned} \tag{6.11}$$

betrachtet, wobei die Schreibweise ε_{ij}^- das (i, j) -te Element der Kovarianzmatrix Σ^{-1} , $|\Sigma|$ die Determinante und $\mathbf{d}(h) = \mathbf{g} - \mathbf{g}_\mu(h)$, bzw. $d_i(h) = g_i - g_{\mu,i}(h)$ bezeichnet. Im nächsten Schritt wird die Ableitung $\partial \ln(p(\mathbf{g}|h))/\partial h$, bzw. der *Fisher score* gebildet. Zur Herleitung einer geschlossenen Lösung ist die Annahme notwendig, dass Σ keine Abhängigkeiten bezüglich h aufweist. Diese Forderung ist dann erfüllt, wenn das stark vereinfachte Rauschmodell (4.31), mit einer Kovarianzmatrix $\sigma^2 \mathbf{I}$ betrachtet wird. Dieses vereinfachte Rauschmodell wird in dieser Arbeit nur an dieser Stelle verwendet. Da nur der letzte Term in (6.11) eine Abhängigkeit von h aufweist, ergibt sich der *Fisher score* für normalverteilte Beobachtungen [vdB07, S.25]

$$\begin{aligned}
 s_{h^\circ} &= \left. \frac{\partial \ln(p(\mathbf{g}|h))}{\partial h} \right|_{h^\circ} \\
 &= \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \left(\frac{\partial g_{\mu,i}(h)}{\partial h} \varepsilon_{ij}^- d_j(h) + d_i(h) \varepsilon_{ij}^- \frac{\partial g_{\mu,j}(h)}{\partial h} \right) \\
 &= \sum_i \sum_j \left(\frac{\partial g_{\mu,i}(h)}{\partial h} \varepsilon_{ij}^- d_j(h) \right) = \left(\frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h)}{\partial h} \right)^\top \Sigma^{-1} \mathbf{d}(h).
 \end{aligned}$$

Dabei wurde ausgenutzt, dass die Kovarianzmatrix symmetrisch ist. Die Fisher-Information ergibt sich gemäß (6.10) des Erwartungswerts

$$\begin{aligned}
 F_{h^\circ} &= E\{(s_{h^\circ})^2\} \\
 &= E\left\{\left(\left.\frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h)}{\partial h}\right|_{h^\circ}\right)^\top \Sigma^{-1} \mathbf{d}(h) \mathbf{d}(h)^\top \Sigma^{-1} \left.\frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h)}{\partial h}\right|_{h^\circ}\right\} \\
 &= \left(\left.\frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h)}{\partial h}\right|_{h^\circ}\right)^\top \Sigma^{-1} E\{\mathbf{d}(h) \mathbf{d}(h)^\top\} \Sigma^{-1} \left.\frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h)}{\partial h}\right|_{h^\circ} \\
 &= \left(\left.\frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h)}{\partial h}\right|_{h^\circ}\right)^\top \Sigma^{-1} \Sigma \Sigma^{-1} \left.\frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h)}{\partial h}\right|_{h^\circ} \\
 &= \left(\left.\frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h)}{\partial h}\right|_{h^\circ}\right)^\top \Sigma^{-1} \left.\frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h)}{\partial h}\right|_{h^\circ}. \tag{6.12}
 \end{aligned}$$

Für den hier betrachteten Fall $\Sigma = \sigma^2 \mathbf{I}$ kann (6.12) weiter vereinfacht werden, indem

$$F_{h^\circ} = \frac{1}{\sigma^2} \left(\left.\frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h)}{\partial h}\right|_{h^\circ}\right)^\top \left.\frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h)}{\partial h}\right|_{h^\circ} = \frac{1}{\sigma^2} \left\| \left.\frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h)}{\partial h}\right|_{h^\circ} \right\|_2^2 \tag{6.13}$$

als euklidische Norm der Ableitung des Kameramodells nach der Messgröße geschrieben wird.

Aus diesem Ergebnis folgt mit (6.9) das Optimierungsfunktional

$$J_{CR}(\mathbf{p}, h^\circ) = \frac{\sigma^2}{\left\| \left.\frac{\partial \mathbf{g}_\mu(h)}{\partial h}\right|_{h^\circ} \right\|_2^2}. \tag{6.14}$$

Diese Darstellung erlaubt einen Vergleich mit dem in Abschnitt 6.2.1 eingeführten Sensorempfindlichkeitsmaß (6.2), da $J_{CR} \propto 1/J_E^2$ gilt. Der Zusammenhang $1/x^2$ stellt für $x \in \mathbb{R}_{>0}$ eine monotone Funktion dar, womit die Lösungen der zugehörigen Optimierungsprobleme übereinstimmen. Damit ist auch ersichtlich, dass nur das Teilproblem des Beobachtungsrauschens berücksichtigt wird und der Einfluss der Eindeutigkeitsproblematik durch die *Cramér-Rao*-Ungleichung unberücksichtigt bleibt [Tap14a].

Zwei Ansätze zur Lösung dieses Problems wurden untersucht. Zum einen kann das Optimierungsfunktional (6.14) um einen zusätzlichen Term erweitert werden, welcher nur die Eindeutigkeitsproblematik bewertet. Dieser

Ansatz wurde in [Tap13b] umgesetzt und die experimentellen Ergebnisse werden in Abschnitt 7.1.3 vorgestellt. Alternativ kann die Messunsicherheit numerisch bestimmt werden, was im folgenden Abschnitt behandelt wird. Dieser zweite Ansatz hat den Vorteil, dass nicht zwischen den unterschiedlichen Quellen der Messunsicherheit unterschieden werden muss.

6.3.2 Bayesian Experimental Design

Ein zentraler Gedanke beim Auslegen eines Experimentes im Sinne von *Bayes* ist die Definition einer Nutzenfunktion zur Bewertung der gewählten Designparameter [Cha95]. Ist diese gegeben, kann der Nutzen für alle möglichen Beobachtungen evaluiert werden, wobei die Auftrittswahrscheinlichkeit jeder Beobachtung berücksichtigt wird [vT11]. Dieses Vorgehen führt zum Begriff der erwarteten Nützlichkeit

$$E\{u(\mathbf{p})\} = \int \int \int u(\mathbf{g}, h, r, \mathbf{p}) p(\mathbf{g}, h, r | \mathbf{p}) d\mathbf{g} dh dr, \quad (6.15)$$

indem die Nutzenfunktion $u(\cdot)$ mit der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung des Signalmodells gewichtet wird und über alle möglichen Daten integriert wird. Die drei Integrale beziehen sich dabei auf die rauschenden Intensitätswerte \mathbf{g} , die Messgröße h und die Oberflächenreflektanz r . An dieser Stelle wird deutlich, dass diese Variablen im *Bayesschen* Kontext als Zufallsvariablen behandelt werden und eine gemeinsame Verbundwahrscheinlichkeit $p(\mathbf{g}, h, r | \mathbf{p})$ angegeben werden kann. Diese Verbundwahrscheinlichkeit kann als bedingte Wahrscheinlichkeit

$$\begin{aligned} p(\mathbf{g}, h, r | \mathbf{p}) &= p(\mathbf{g} | h, r, \mathbf{p}) p(h, r) \\ &= p(\mathbf{g} | h, r, \mathbf{p}) p(h) p(r) \end{aligned}$$

geschrieben werden, indem die A-priori-Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $p(h, r)$ berücksichtigt wird. Die bedingte Wahrscheinlichkeit $p(\mathbf{g} | h, r, \mathbf{p})$ ist bereits aus der Modellierung des Kamerarauschens bekannt (vgl. (4.26)). Über die zu messenden Objekttopographien liegt keine Information vor, sodass bezüglich der A-priori-Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung folgende Annahmen getroffen werden. Zum einen soll stochastische Unabhängigkeit gelten, wodurch $p(h, r) = p(h)p(r)$ gilt. Vor dem Hintergrund der

messtechnischen Anwendung wird somit gefordert, dass von einer bekannten Objekthöhe nicht auf die Oberflächenreflektanz zurückgeschlossen werden kann. Des Weiteren wird

$$p(h) = \begin{cases} \frac{1}{h_{\max} - h_{\min}}, & h_{\min} \leq h \leq h_{\max} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

gemäß einer nichtinformativen Gleichverteilung gewählt und damit angenommen, dass jeder Arbeitspunkt $h \in [h_{\min}, h_{\max}]$ im Messbereich mit gleicher Wahrscheinlichkeit zur Messaufgabe beiträgt. Eine analoge Argumentation wäre auch bezüglich $p(r)$ gerechtfertigt, allerdings wird stattdessen nur eine minimale Oberflächenreflektanz betrachtet

$$p(r) = \delta(r_{\min}) = \begin{cases} 1, & r = r_{\min} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zur Begründung dieser Wahl muss vorweggenommen werden, dass zur Berechnung der erwarteten Nützlichkeit (6.15) mehrdimensionale Integrale numerisch gelöst werden müssen. Indem nur eine minimale Reflektanz betrachtet wird, entfällt effektiv eine Dimension, über die zusätzlich integriert werden müsste. Das Ziel ist somit eine Reduzierung des Rechenaufwands bei der Optimierung der Filtersätze. Des Weiteren ist durch die Beschränkung auf $r = r_{\min}$ die Verwendung des intensitätsnormierten Rauschmodells möglich. Aus Sicht der Messtechnik stellt $r = r_{\min}$ eine konservative Festlegung dar, da gemäß (4.29) eine maximale intensitätsnormierte Varianz angenommen wird. Abschließend gilt es noch die Nutzenfunktion zu definieren. Diese soll wieder die Güte eines Sensors anhand dessen Messunsicherheit bewerten. Folglich wird die Nutzenfunktion

$$u(\mathbf{g}, h, r, \mathbf{p}) = (h - \hat{h}(\mathbf{g}))^2$$

als quadratische Abweichung der geschätzten Messgröße zum wahren Wert h gewählt. Werden alle getroffenen Annahmen in (6.15) eingesetzt, dann maximieren die im Sinne von *Bayes* optimalen Filterparameter \mathbf{p}^* die erwartete Nützlichkeit

$$\begin{aligned}
& E\{u(\mathbf{p}^*)\} \\
&= \max_{\mathbf{p}} \int \int \int (h - \hat{h}(\mathbf{g}))^2 p(\mathbf{g}|h, r, \mathbf{p}) p(h) p(r) \, d\mathbf{g} dh dr \\
&= \max_{\mathbf{p}} \int \int (h - \hat{h}(\mathbf{g}))^2 p(\mathbf{g}|h, r_{\min}, \mathbf{p}) p(h) \, d\mathbf{g} dh.
\end{aligned}$$

Die Integration über h birgt jedoch die Gefahr, dass zum Vorteil einer höheren Nützlichkeit für einige wenige Arbeitspunkte h° eine deutlich höhere Messunsicherheit akzeptiert wird. Muss diese in einem Datenblatt spezifiziert werden, so muss für eine seriöse Angabe die Messunsicherheit am ungünstigsten Arbeitspunkt ermittelt werden. Gemäß dieser Argumentation ist ein Sensor durch die Messunsicherheit an seinem schlechtesten Arbeitspunkt charakterisiert, was durch eine *Minimax*-Optimierung

$$\mathbf{p}^* = \arg \min_{\mathbf{p}} \max_{h^\circ} \int (h^\circ - \hat{h}(\mathbf{g}))^2 p(\mathbf{g}|h^\circ, r_{\min}, \mathbf{p}) \, d\mathbf{g} \quad (6.16)$$

berücksichtigt werden kann. Für den Fall einer erwartungstreuen Schätzfunktion $\hat{h}(\mathbf{g})$ entspricht das Integral der Schätzvarianz, wie sie auch für die Herleitung der *Cramér-Rao*-Ungleichung eingeführt wurde (vgl. (6.8)). Diese Übereinstimmung wurde erreicht durch die quadratische Nutzenfunktion und die Annahme einer nichtinformativen A-priori-Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $p(h)$. Für den Fall einer nicht erwartungstreuen Schätzfunktion $\hat{h}(\mathbf{g})$ geht in die quadratische Nutzenfunktion auch der sogenannte Bias, als Offset vom Erwartungswert, mit ein.

Wie bereits angesprochen, muss zur Optimierung von (6.16) ein mehrdimensionales Integral $\int(\cdot) d\mathbf{g}$ gelöst werden, wobei die Dimension durch die Anzahl der Filter pro Filtersatz gegeben ist. Gemäß [vT11] sind prinzipiell unterschiedliche Verfahren wie z.B. *Monte-Carlo*- oder *Gauß-Hermite*-Integration geeignet, solche Integrale approximativ zu lösen. Besonders gut funktionieren diese Verfahren, wenn Glattheitsannahmen bezüglich des Integranden erfüllt sind. Z.B. wäre die Approximation mittels *Gauß-Hermite*-Quadraturregel fehlerfrei, wenn sich die Funktion $u(\mathbf{g}) = (h - \hat{h}(\mathbf{g}))^2$ mit einem Polynom gewissen Grades darstellen ließe. Wird für $\hat{h}(\mathbf{g})$ eine ML- oder MAP-Schätzfunktion gewählt, dann treten aufgrund des beinhalteten Maximumoperators Unstetigkeiten auf. Diese führen zu Sprungstellen im Schätzergebnis, wenn

eine Beobachtung \mathbf{g} durch zwei oder mehr Schätzwerte mit gleicher Wahrscheinlichkeit erklärt werden kann. Glattheitsbedingungen werden somit nicht erfüllt und das Integral kann nur mithilfe der *Monte-Carlo*-Methoden technisch sinnvoll gelöst werden. Da es sich um eine statistische Integrationsmethode handelt, unterliegt das approximierte Integrationsergebnis einer gewissen Varianz. In Abbildung 6.4 wurde dazu der Einfluss der Anzahl an Funktionsauswertungen auf die Varianz des Integrationsergebnisses untersucht. Auf einer doppelt logarithmischen Skala ist ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen Anzahl der Funktionsauswertungen und prozentualer Variation des Integrationsergebnisses zu erkennen. Aufgetragen ist die empirische Standardabweichung im Verhältnis zum empirischen Mittelwert. Beispielhaft markiert die unterbrochene Linie die Anzahl notwendiger Funktionsaufrufe, bei der die Standardabweichung des Integrationsergebnisses ein Prozent des absoluten Integrationswerts ausmacht.

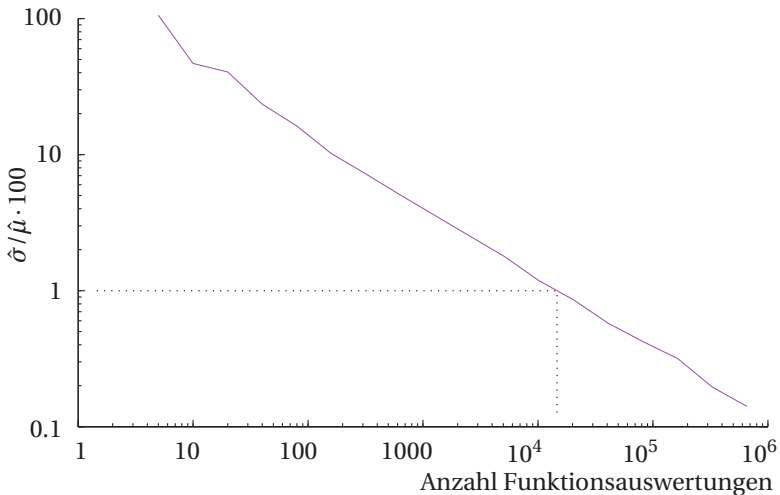


Abbildung 6.4: Variation der numerischen *Monte-Carlo*-Integration angegeben in Prozent der empirischen Standardabweichung $\hat{\sigma}$ im Verhältnis zum mittleren Integrationsergebnis $\hat{\mu}$. Betrachtet wurde ein realistischer Filtersatz mit vier Filtern, d.h. es wurde eine vierdimensionale Integration approximiert. Als Schätzfunktion wurde der ML-Schätzer verwendet.

Die vielen notwendigen Funktionsauswertungen haben eine hohe Rechenzeit zur Folge. In diesem Zusammenhang ist es besonders problematisch, dass die Schätzfunktion $\hat{h}(\mathbf{g})$ selbst eine eindimensionale, nicht konvexe Optimierung darstellt, die für jede Funktionsauswertung des Integrals gelöst werden muss (vgl. (5.2)). Auch das *Bayessche* Optimierungsfunktional ist nicht konvex und die gefundene Lösung hat lediglich lokale Optimalitätseigenschaften. Die Güte der gefundenen Lösung hängt somit vom zufällig gewählten Startpunkt ab. Je mehr Startpunkte durchgerechnet werden, desto wahrscheinlicher werden gute Ergebnisse. So betrachtet hängt die Güte des gefundenen Sensordesigns von der Rechenzeit ab, da diese die Anzahl betrachteter Startpunkte limitiert.

6.3.3 Bhattacharyya-Ungleichung

In diesem Abschnitt wird für die *Minimax*-Optimierung (6.16) eine Approximation des Funktionals

$$J_{\text{Bayes}}(\mathbf{p}) = \int (h^\circ - \hat{h}(\mathbf{g}))^2 p(\mathbf{g}|h^\circ, r_{\min}, \mathbf{p}) \, d\mathbf{g} \quad (6.17)$$

entwickelt. Ziel ist eine geschlossene Lösung für das Funktional, welches dann effizient ausgewertet werden kann. Die Approximation basiert im Kern auf der *Bhattacharyya*-Ungleichung, welche wiederum als Approximation der *Chernoff*-Ungleichung dargestellt werden kann [Dud01]. Für eine praktische Anwendbarkeit sind weitere heuristisch motivierte Schritte notwendig.

Für die folgende Betrachtung wird die kontinuierliche Messgröße $h^\circ \in [h_{\min}, h_{\max}]$ in m äquidistante Werte h_i diskretisiert. Da die gesuchte Approximation in einer numerischen Optimierung verwendet wird, könnte die Diskretisierung analog zur Approximation einer Ableitung durch einen Differenzenquotienten gerechtfertigt werden. Beispielsweise wird die Grenzwertbetrachtung des Differenzenquotienten numerisch durch hinreichend kleine Zahlen technisch umgesetzt.

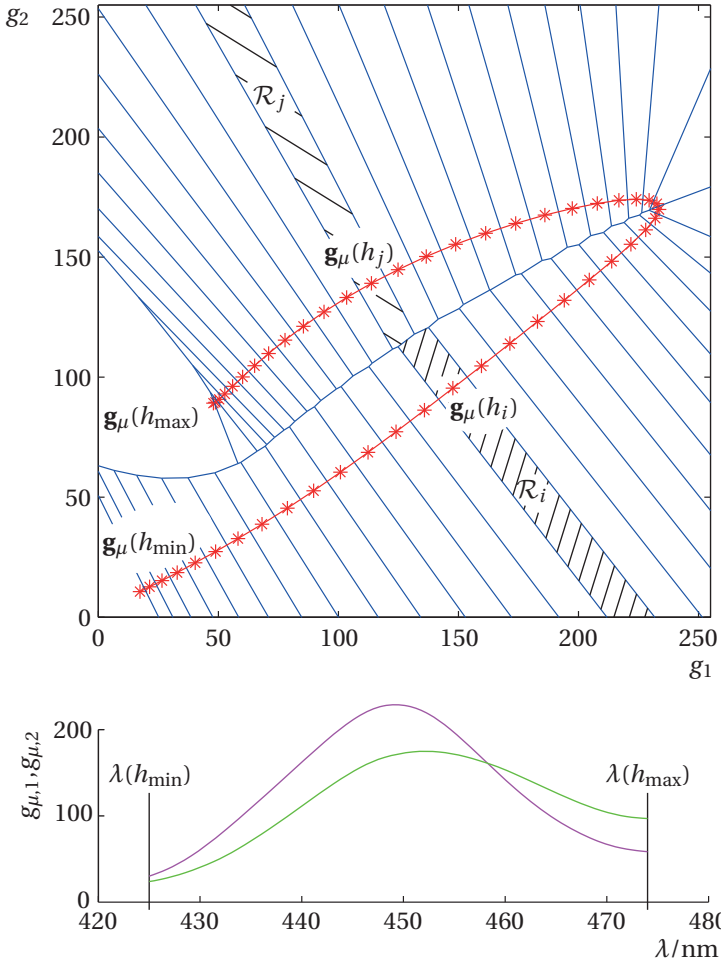


Abbildung 6.5: Voronoi-Diagramm (blau) eines in h diskretisierten Kameramodells. Die magenta und die grüne Funktion zeigen den Intensitätsverlauf für Kamerakanal 1 und 2 als Funktion der fokussierten Wellenlänge $\lambda(h)$. Im Beobachtungsraum sind alle Vektoren $\mathbf{g}_\mu = (g_{\mu,1}, g_{\mu,2})^\top$ als roter Pfad dargestellt.

Der Charakter der eingeführten Diskretisierung h_i ist jedoch ein anderer, da vergleichsweise grobe Diskretisierungsschritte gewählt werden. Zur Optimierung hat sich beispielsweise eine Diskretisierung der Wellenlänge von $\Delta\lambda = 0,1$ nm als ausreichend erwiesen. Für eine Höhenmessung mit 2 mm^1 Messbereich und einem spektralen Messbereich von $425\text{ nm} - 700\text{ nm}$ ergibt sich $\Delta h = 0,73\text{ }\mu\text{m}$. Verglichen mit der kleinsten erreichten Messunsicherheit von $0,1\text{ }\mu\text{m}$ zeigt, dass eine grobe Diskretisierung vorliegt; wobei die Messunsicherheit die Standardabweichung der Höhenschätzung angibt. Die eingeführte Diskretisierung ist somit heuristischer Natur und erlaubt eine andere Sichtweise auf das Optimierungsfunktional (6.17).

Für die Motivation der Approximation ist es vorteilhaft, die Schätzfunktion $\hat{h}_{\text{LS}}(\mathbf{g})$ als LS-Schätzer zu wählen. Der Vorteil dieses Schätzers liegt in der geometrischen Interpretation, indem jeder Beobachtung \mathbf{g} die Messgröße \hat{h} zugeordnet wird, welche gemäß des Kameramodells $\mathbf{g}_\mu(\hat{h})$ eine minimale euklidische Distanz $\|\mathbf{g} - \mathbf{g}_\mu(\hat{h})\|_2$ zur Beobachtung besitzt. Diesem Gedanken folgend, kann im Falle m diskreter Messgrößen h_i der Beobachtungsraum gemäß eines *Voronoi*-Diagramms aufgeteilt werden. Das *Voronoi*-Diagramm zerlegt den Beobachtungsraum in Regionen \mathcal{R}_i , welche jeweils einem Zentrum $\mathbf{g}_\mu(h_i)$ zugeordnet sind. Die Regionen haben die Eigenschaft, dass jede Beobachtung $\mathbf{g} \in \mathcal{R}_i$ einen kleineren euklidischen Abstand zum Zentrum $\mathbf{g}_\mu(h_i)$ hat als zu allen anderen Zentren. Folglich ist das Schätzergebnis des LS-Schätzers für jede Beobachtung $\hat{h}_{\text{LS}}(\mathbf{g} \in \mathcal{R}_i) = h_i$ bekannt. Ein beispielhaftes *Voronoi*-Diagramm ist in Abbildung 6.5 dargestellt.

Diese Einteilung des Beobachtungsraumes mittels eines *Voronoi*-Diagramms kann genutzt werden, das Integral $\int(\cdot)\mathbf{d}\mathbf{g}$ als Summe

$$\begin{aligned} J'_{\text{Bayes}}(\mathbf{p}) &= \sum_{j=1}^m \int_{\mathcal{R}_j} (h_i - \hat{h}(\mathbf{g}))^2 p(\mathbf{g}|h_i, r_{\min}, \mathbf{p}) \mathbf{d}\mathbf{g} \\ &\approx \sum_{j=1}^m (h_i - h_j)^2 \int_{\mathcal{R}_j} p(\mathbf{g}|h_i, r_{\min}, \mathbf{p}) \mathbf{d}\mathbf{g}, \text{ mit} \\ \mathcal{R}_j &= \{\mathbf{g} | \hat{h}_{\text{LS}}(\mathbf{g}) = h_j, j \in \{1, \dots, m\}\} \end{aligned} \quad (6.18)$$

¹ Die beispielhaften Werte sind Tabelle 7.3 entnommen.

von Integralen über die jeweiligen Regionen zu schreiben. Da die Integrationsregionen \mathcal{R}_j über das Ergebnis der Schätzfunktion definiert sind, entfällt die Abhängigkeit der Schätzfunktion von der Beobachtung und die Schätzfunktion kann aus dem Integral herausgezogen werden. Mit dem Ziel einer geschlossenen Lösung für dieses Funktional kann im nächsten Schritt das verbleibende mehrdimensionale Integral $\int(\cdot) d\mathbf{g}$ über \mathcal{R}_j für sich gelöst werden.

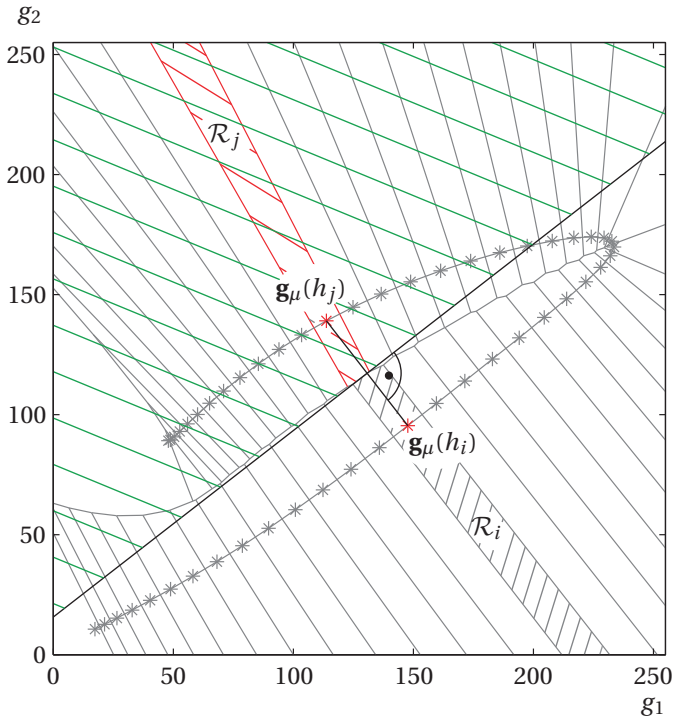


Abbildung 6.6: Visualisierung der Auswirkungen einer Integration gemäß dem ZKF (grün schraffiert) und des MKF (rot schraffiert).

Dazu wird das Schätzproblem als Klassifikationsproblem betrachtet. Jede diskrete Objekthöhe h_i entspricht dabei einer Klasse und \mathcal{R}_i beschreibt die zugehörige Entscheidungsregion. Für alle Beobachtungen $\mathbf{g} \in \mathcal{R}_i$ folgt die Klassifikation $\hat{h}(\mathbf{g}) = h_i$. Interessant bei dieser Betrachtung ist die Fragestellung, wie groß der Klassifikationsfehler $P(\text{Fehler})$ ist, wenn berücksichtigt wird, dass die Beobachtungen gemäß $p(\mathbf{g}|h_i)$ verteilt sind. Für den Zweiklassenfall (ZKF), bei dem nur die Klassen h_1 und h_2 existieren, gilt [Dud01]

$$\begin{aligned} P(\text{Fehler}_{\text{ZKF}}) &= P(\mathbf{g} \in \mathcal{R}_2 | h_1) + P(\mathbf{g} \in \mathcal{R}_1, h_2) \\ &= \frac{1}{2} \left(\int_{\mathcal{R}_2} p(\mathbf{g}|h_1) d\mathbf{g} + \int_{\mathcal{R}_1} p(\mathbf{g}|h_2) d\mathbf{g} \right), \end{aligned} \quad (6.19)$$

wobei bereits der Spezialfall betrachtet wurde, dass beide Objekthöhen (Klassen) h_1 und h_2 mit gleicher A-priori-Wahrscheinlichkeit auftreten. Bei einem Vergleich der Integrale aus (6.19) und (6.18) fällt auf, dass das Ergebnis jeweils als eine Fehlerwahrscheinlichkeit interpretiert werden kann. Es existiert aber auch ein großer Unterschied zwischen dem ZKF in (6.19) und dem Mehrklassenfall (MKF) in (6.18), bei dem m Objekthöhen betrachtet werden. Dieser Unterschied hat große Auswirkungen bezüglich der Integrationsgebiete, welche in Abbildung 6.6 gegenübergestellt sind.

Anstatt, wie im MKF notwendig, nur über Region R_j zu integrieren (rot schraffiert), wird im ZKF über einen kompletten Halbraum integriert (grün schraffiert). Obwohl offensichtlich ist, dass an dieser Stelle ein (großer) Fehler gemacht wird, wird im Folgenden die Integration des ZKF in kombinatorischer Weise auf den MKF angewandt. Die Behandlung des MKF als viele Zweiklassenfälle hat eine überschätzte Fehlerwahrscheinlichkeit zur Folge. Anstatt über R_j wird über eine größere Region integriert, welches R_j vollständig enthält. Der Grund für dieses Vorgehen ist, dass für die Integrale des ZKFs eine Approximation mittels der *Bhattacharyya*-Ungleichung existiert. Diese stellt eine geschlossene Lösung der *Chernoff*-Ungleichung dar und beschreibt eine obere Schranke für die Fehlerwahrscheinlichkeit (6.19).

Dadurch ist folgende Abschätzung möglich

$$\begin{aligned}
 \int_{\mathcal{R}_j} p(\mathbf{g}|h_i) d\mathbf{g} &< \frac{1}{2} P(\text{Fehler}_{\text{ZKF}}) \\
 &\leq \frac{1}{4} \exp(-\kappa(\mathbf{g}_i, \mathbf{g}_j, \Sigma_i, \Sigma_j)), \text{ mit} \\
 \kappa(\mathbf{g}_i, \mathbf{g}_j, \Sigma_i, \Sigma_j) &:= \frac{1}{8} (\mathbf{g}_j - \mathbf{g}_i)^\top \left(\frac{\Sigma_i + \Sigma_j}{2} \right)^{-1} (\mathbf{g}_j - \mathbf{g}_i) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\left| \frac{\Sigma_i + \Sigma_j}{2} \right|}{\sqrt{|\Sigma_i| |\Sigma_j|}} \right),
 \end{aligned}$$

wobei letztere die *Bhattacharyya*-Ungleichung mit dem Vorfaktor 1/2 darstellt [Dud01]. Der Vorfaktor berücksichtigt, dass im ZKF beide Fehler ($\mathbf{g} \in \mathcal{R}_2|h_1$) und ($\mathbf{g} \in \mathcal{R}_1|h_2$) betrachtet werden und hier stattdessen nur der Fehler ($\mathbf{g} \in \mathcal{R}_j|h_i$) von Interesse ist. Die Variable $\mathbf{g}_i := \mathbf{g}_C(h_i, r_{\min}, \mathbf{p})$ ermöglicht eine kompaktere Schreibweise und bezeichnet das intensitätsnormierte Kameramodel (4.27); analog verweist Σ_i auf Kovarianz (4.28). Es sei angemerkt, dass die *Bhattacharyya*-Schranke nur für den Fall einer normalverteilten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p(\mathbf{g}|h_i)$ gültig ist, was hier erfüllt ist (vgl. (4.26)). Anstatt die *Bhattacharyya*-Ungleichung in ihrer ursprünglichen Form zu verwenden, werden zwei Anpassungen vorgenommen. Zum einen wird ausgenutzt, dass

$$\sum_{j=1}^m \int_{\mathcal{R}_j} p(\mathbf{g}|h_i, r_{\min}, \mathbf{p}) d\mathbf{g} = 1$$

gilt, da über eine Wahrscheinlichkeitsdichte integriert wird. Um diese Eigenschaft zu berücksichtigen wird in der Approximation

$$J_{\text{Bhat}}(\mathbf{p}) = \sum_{j=1}^m (h_i - h_j)^2 \frac{\exp(-\kappa(\mathbf{g}_i, \mathbf{g}_j, \Sigma_i, \Sigma_j))}{\sum_{l=1}^m \exp(-\kappa(\mathbf{g}_i, \mathbf{g}_l, \Sigma_i, \Sigma_l))} \quad (6.20)$$

ein Normierungsterm im Nenner hinzugefügt. Die zweite Anpassung hingegen ist heuristisch motiviert. Untersuchungen haben ergeben, dass bei der

Anwendung unterschieden werden muss, ob h_i und h_j benachbarte Objektgrößen bezeichnen oder nicht. Dabei hat sich gezeigt, dass eine bessere Approximation erreicht wird, wenn die modellierten Varianzen bei nicht benachbarten Objekthöhen verdoppelt werden. Dazu wird die Gewichtungsfunktion

$$w(h_i, h_j) = \frac{2}{1 + \exp\left(-\frac{1}{a} \cdot |h_i - h_j|\right)} \quad (6.21)$$

eingeführt, welche die Kovarianzmatrix $w(h_i, h_j)\Sigma_i$ je nach Abstand $|h_i - h_j|$ gewichtet. Der Parameter a hängt dabei vom betrachteten Problem ab und muss entsprechend geeignet gewählt werden.

Das Ziel, welches dabei verfolgt wird, entspricht einer Balancierung der beiden Teilprobleme der Optimierung. In Abschnitt 6.2 wurden dazu zwei Quellen für Messunsicherheit vorgestellt: zum einen das Teilproblem des Beobachtungsrauschens, welches vorwiegend bei benachbarten Objekthöhen zu beachten ist, zum anderen das Eindeutigkeitsproblem, welches nur bei weit auseinanderliegenden Objekthöhen auftritt. Wird die Gewichtungsfunktion (6.21) in das Funktional (6.20) eingesetzt, resultiert die angestrebte Approximation

$$J_{\text{Bayes}}(\mathbf{p}) \approx \sum_{j=1}^m (h_i - h_j)^2 \frac{\exp -\kappa'(\mathbf{g}_i, \mathbf{g}_j, \Sigma_i, \Sigma_j, h_i, h_j)}{\sum_{l=1}^m \exp -\kappa'(\mathbf{g}_i, \mathbf{g}_l, \Sigma_i, \Sigma_l, h_i, h_l)}, \quad \text{mit} \quad (6.22)$$

$$\kappa'(\mathbf{g}_i, \mathbf{g}_j, \Sigma_i, \Sigma_j, h_i, h_j) :=$$

$$\frac{1}{8} (\mathbf{g}_j - \mathbf{g}_i)^\top \left(w(h_i, h_j) \frac{\Sigma_i + \Sigma_j}{2} \right)^{-1} (\mathbf{g}_j - \mathbf{g}_i) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\left| \frac{\Sigma_i + \Sigma_j}{2} \right|}{\sqrt{|\Sigma_i| |\Sigma_j|}} \right)$$

in geschlossener Form. Die Eignung dieser Approximation wird im folgenden Kapitel 7 empirisch untersucht, indem diese numerischen Lösungen mittels *Monte-Carlo*-Integration gegenübergestellt wird (vgl. Abbildung 7.10 und 7.17). Mit Blick auf die Wahl der Integrationsgrenzen, wie sie in Abbildung 6.6 in rot und grün gegenübergestellt wurden, handelt es sich um eine grobe Approximation des ursprünglichen Funktionals. Es sei jedoch schon vorweg genommen, dass sich diese Approximation erstaunlich gut für die Optimierung von Filtersätzen eignet.

Das approximative Optimierungsfunktional (6.22) wird analog zum *Bayesschen* Optimierungsfunktional (6.16) in einer *Minimax*-Optimierung verwendet. Dadurch wird die Optimierung durch den ungünstigsten Arbeitspunkt aus $\{h_1, \dots, h_m\}$ dominiert.

Die Intention dieser Approximation war eine Reduzierung der Rechenzeit, bei der Auswertung des *Bayesschen* Optimierungsfunktionals (6.17). Für eine realistische Aufgabenstellung, wie sie in Abschnitt 7.2 im Detail vorgestellt wird, ermöglicht die gefundene Approximation (6.22) eine ungefähr 800 mal schnellere Auswertung im Vergleich zu einer numerischen Lösung mittels *Monte-Carlo*-Integration. Die typische Rechenzeit einer Optimierung, unter Verwendung der Approximation, beträgt 24 Stunden auf einem Server mit 16 Xeon™ Kernen je 2,6 GHz Taktfrequenz. Wird z.B. ein Filtersatz von vier Filtern je 20 Schichten optimiert, dann hat der Optimierungsraum 80 Dimensionen. Selbst ein gradientenbasiertes Optimierungsverfahren konvergiert in diesem Fall vergleichsweise langsam, woraus diese hohe Rechenzeit resultiert.

Abschließend sei noch einmal auf die verwendete *Minimax*-Optimierung (6.16) hingewiesen. Bei der Optimierung des Funktionals (6.22) wird dazu immer der ungünstigste Arbeitspunkt h° ermittelt, um die Messunsicherheit an diesem Arbeitspunkt im nächsten Optimierungsschritt zu verbessern.

7

Ergebnisse

Die hier vorgestellten Untersuchungen verfolgen das Ziel, das Messprinzip des CCT-Sensors in den Stand der Forschung einzuordnen. Als alternative Messverfahren werden dazu Umsetzungen mittels RGB Kamera und Spektrometer betrachtet. Der ausführliche Stand der Forschung ist in Abschnitt 3.2.2 zu finden.

Für einen quantitativen Vergleich wird die Messunsicherheit betrachtet, die in diesem Abschnitt immer als Standardabweichung der Messgröße angegeben ist. Dabei wird als interessierender Schätzparameter sowohl die fokussierte Wellenlänge als auch die Objekthöhe betrachtet. Zwischen diesen beiden Messgrößen wird ein linearer Zusammenhang angenommen, was eine einfache Umrechnung erlaubt (vgl. Abbildung 4.8). Eine angegebene Messunsicherheit bezüglich einer Höhenmessung kann intuitiv interpretiert werden. Sie muss jedoch vor dem Hintergrund des technisch realisierten Messbereichs bewertet werden. Wird hingegen die Unsicherheit bezüglich der Wellenlängenschätzung angegeben, können multispektrale Kameras miteinander verglichen werden.

Im ersten Teil dieses Kapitels werden experimentelle Ergebnisse vorgestellt. Dazu wurde ein CCT-Sensor mit einem Spektrometer, einer RGB-Kamera und einer multispektralen Kamera mit sechs Interferenzfiltern aufgebaut.

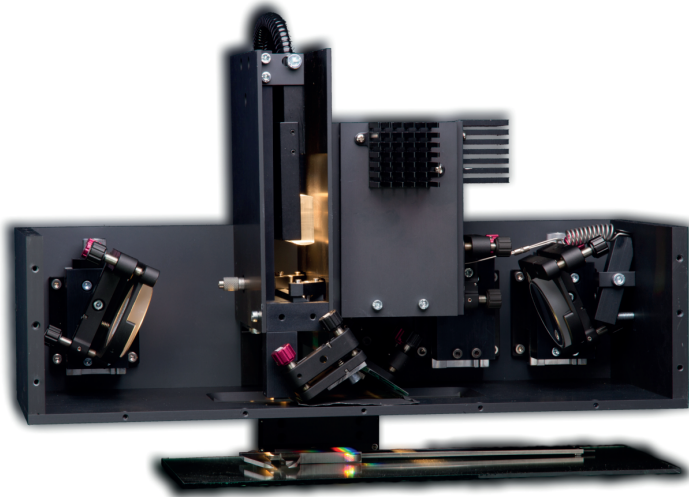


Abbildung 7.1: Versuchsaufbau eines CCT-Sensors mit einem Strahlengang wie in 7.2 dargestellt. In dem mit Kühlkörpern versehenen Kasten befindet sich eine RGB Zeilenkamera mit einem vierten monochromen Kamerakanal (ELiXA, e2vTM).

Im zweiten Teil werden Simulationsergebnisse vorgestellt. In Abschnitt 7.2 werden dazu Filtersätze optimiert und unterschiedliche Einflussfaktoren betrachtet. Abschließend werden in Abschnitt 7.3 die Ergebnisse zusammengefasst und quantitativ verglichen.

7.1 Experimente mit unterschiedlichen Filtersätzen

Für alle Experimente wurde derselbe Versuchsaufbau verwendet, der in Abbildung 7.1 dargestellt ist. In Abbildung 7.2 ist der zugehörige schematische Strahlengang skizziert. Die folgenden drei Experimente unterscheiden sich darin, dass an der Kameraposition im Strahlengang ein Spektrometer, eine RGB-Kamera oder eine multispektrale Kamera eingesetzt wird. Alle Kameras unterscheiden sich in ihren Filtersätzen, wobei auch das Spektrometer als eine multispektrale Kamera mit vielen Bandpassfiltern aufgebaut werden kann.

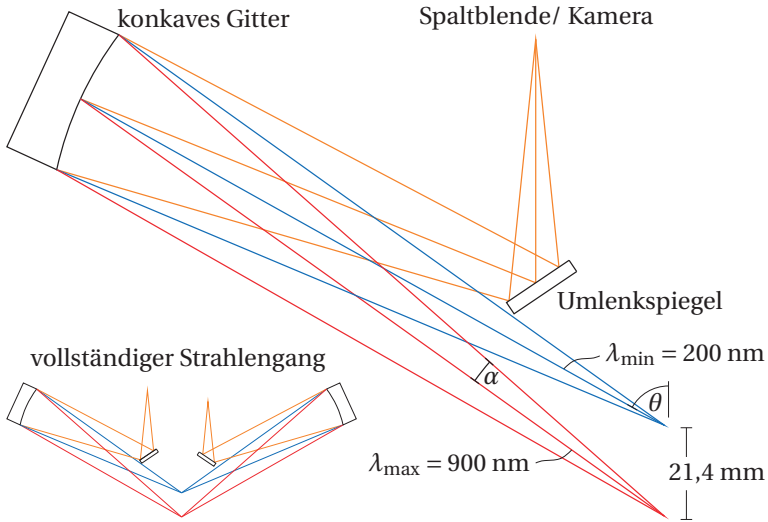


Abbildung 7.2: Strahlengang des CCT-Sensors wie er für experimentelle Untersuchungen aufgebaut wurde. Wesentliches optisches Element ist ein reflektierendes konkaves Gitter (Typ 535, ZeissTM). Für eine Wellenlänge von $\lambda_{\min} = 200 \text{ nm}$ beträgt der Winkel $\theta = 61^\circ$ und der halbe Öffnungswinkel $\alpha = 5,9^\circ$ entspricht einer numerischen Apertur von $NA = 0.1$. Eine vollständige CCT-Optik besteht aus zwei spiegelsymmetrischen Teilloptiken (unten links dargestellt) [Tap12b, Tap11].

7.1.1 CCT-Sensor mit Spektrometer

Dieser Versuchsaufbau entspricht einem klassischen chromatisch konfokalen 3D-Sensor, wie er am Markt erhältlich ist. Einzig die Realisierung als konfokales Theta-Mikroskop, mit einer separaten und verkippten Optik für Beleuchtungs- und Abbildungsstrahlengang, weicht von vergleichbaren handelsüblichen Sensoren ab. Die Experimente wurden mit einem fasergekoppelten Spektrometer mit einer spektralen Halbwertsbreite von $\text{FWHM} < 2 \text{ nm}$ durchgeführt (Typ HR2000+, OceanOpticsTM).

Im Folgenden wird der Einfluss des Kamerarauschens unter ansonsten konstanten Messbedingungen untersucht. Dieses Experiment kommt der Sensormodellierung aus Kapitel 4 am nächsten, welches variierende Beobachtungen einzig auf das Kamerarauschen zurückführt. Als Messobjekt wird

ein statischer Planspiegel vermessen, welcher auch zur Kalibrierung des Experiments eingesetzt wird. Als Signalverarbeitungsalgorithmus wird zum Ermitteln der fokussierten Wellenlänge eine *Gauß*-Funktion an das beobachtete Spektrum angepasst [Vdi10, Luo12].

In Abbildung 7.3 ist das Ergebnis einer Messreihe dargestellt. Die Messunsicherheit der Höhenmessung, ermittelt als empirische Standardabweichung, beträgt 91 nm. Dies stellt einen sehr kleinen Wert dar, insbesondere wenn beachtet wird, dass der Demonstrator einen Messbereich von 21,4 mm besitzt. In Abbildung 7.4 ist das Lichtspektrum einer Messung dargestellt, an welches eine *Gauß*-Kurve angepasst wurde. Dem Schaubild kann entnommen werden, dass die Halbwertsbreite FWHM = 2,1 nm beträgt. Qualitativ betrachtet können die Daten gut durch eine *Gauß*-Funktion beschrieben werden, wobei eine gewisse Abweichung, verursacht durch eine Asymmetrie des gemessenen Spektrums, zu erkennen ist.

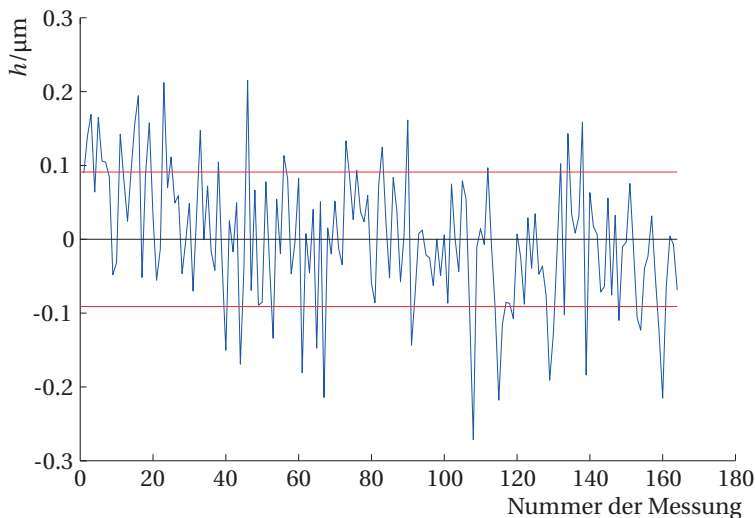


Abbildung 7.3: Messreihe einer punktuellen Höhenmessung auf einem statischen Planspiegel. Die beobachtete Variation resultiert aus dem Kamerarauschen der im Spektrometer verbauten Zeilenkamera. Die Messunsicherheit der Höhenmessung $\sigma = 91$ nm ist als rote Linie dargestellt (ermittelt als empirische Standardabweichung). In den ersten Messungen ist ein Einschwingverhalten zu sehen. Dieses ist den experimentellen Umgebung

7.1.2 CCT-Sensor mit RGB-Filtersatz

Chromatische Sensoren, welche eine handelsübliche RGB-Kamera einsetzen, wurden in der Literatur schon mehrfach vorgeschlagen (vgl. Abschnitt 3.2.2). Prinzipiell ist es möglich, die Wellenlänge von fast monochromatischem Licht mit Hilfe eines RGB Filtersatzes zu schätzen. Um die Eignung dieser Filter zu untersuchen, wurde eine handelsübliche RGB Kamera in den Demonstrator eingebaut und mit einem Planspiegel kalibriert. Als Ergebnis erhält man die Intensitätsverläufe der einzelnen Kamerakanäle (Abbildung 7.5 (a)). Diese Verläufe wurden im Folgenden dazu genutzt, die resultierende Messunsicherheit zu simulieren. Die Ergebnisse einer *Monte-Carlo*-Simulation sind in Abbildung 7.5 (b) aufgetragen und in Tabelle 7.1 zusammengefasst. Die Messunsicherheit wird dabei als Standardabweichung bezüglich der Wellenlängenschätzung angegeben.

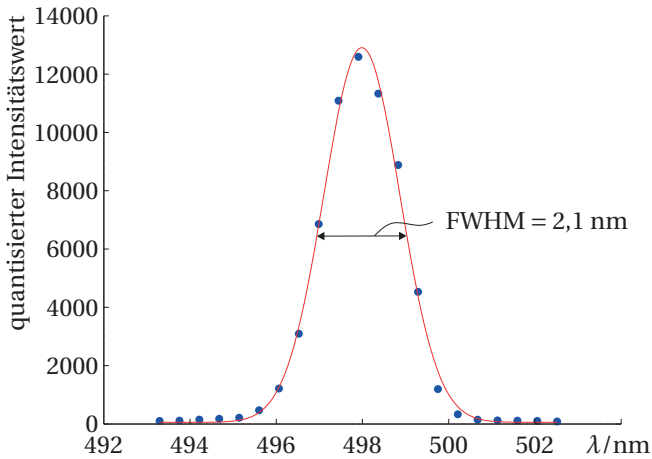


Abbildung 7.4: Lichtspektrum, wie es auf die Kamera bzw. Lichtleitfaser des Spektrometers trifft. Der eingesetzte Faserdurchmesser beträgt $50\ \mu\text{m}$. In rot ist eine angepasste *Gauß*-Kurve dargestellt mit einer Halbwertsbreite von $2,1\ \text{nm}$. Die maximale Abweichung zwischen den Messwerten und der *Gauß*-Approximation beträgt $4,8\ \%$ und der RMSE = $2,1\ \%$ (Bezogen auf die maximal gemessene Intensität).

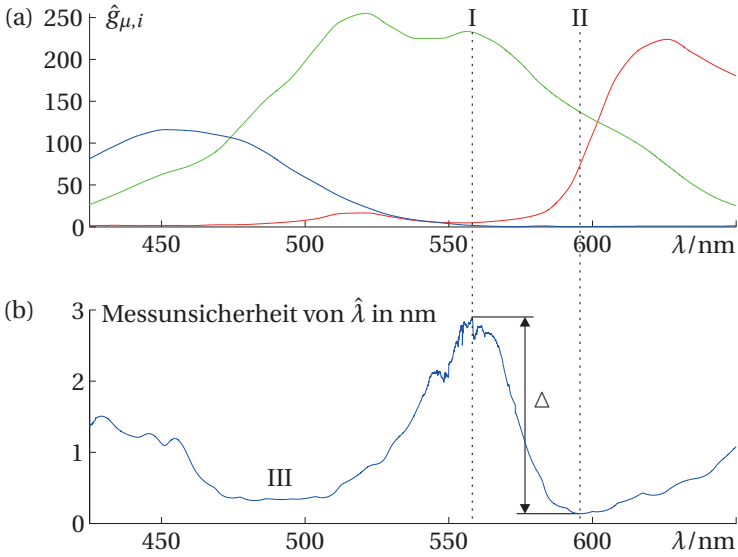


Abbildung 7.5: (a) Kalibrierergebnis des RGB-Filtersatzes in einem CCT-Sensor. Der rote Verlauf zeigt den kalibrierten Intensitätsverlauf $\hat{g}_{\mu,1} = \hat{g}_{\mu,R}$ des roten Filters als Funktion der Wellenlänge. In dem Intensitätsverlauf sind sowohl die Kameraempfindlichkeit als auch das Beleuchtungsspektrum der Lichtquelle enthalten. (b) Berechnete Messunsicherheit mittels *Monte-Carlo*-Simulation auf Basis der oben gemessenen Intensitätsverläufe; angegeben bezüglich einer Wellenlängenschätzung.

Zusätzlich sind in Tabelle 7.1 auch die resultierenden Messunsicherheiten bezüglich der Höhenmessung zu finden, wobei ein linearer Zusammenhang zwischen Wellenlängenschätzung und Höhenschätzung angenommen wurde. Der Zusammenhang ergibt sich, wenn 200 nm – 900 nm spektraler Messbereich und 21,4 mm Höhenmessbereich ins Verhältnis gesetzt werden.

Schätzparameter	minimal	mittlere	maximal
Wellenlängenschätzung	0,14 nm	0,93 nm	2,9 nm
Höhenschätzung	4,2 μm	28,4 μm	88,7 μm

Tabelle 7.1: Messunsicherheit als Standardabweichung einer Wellenlängenschätzung bzw. Höhenschätzung.

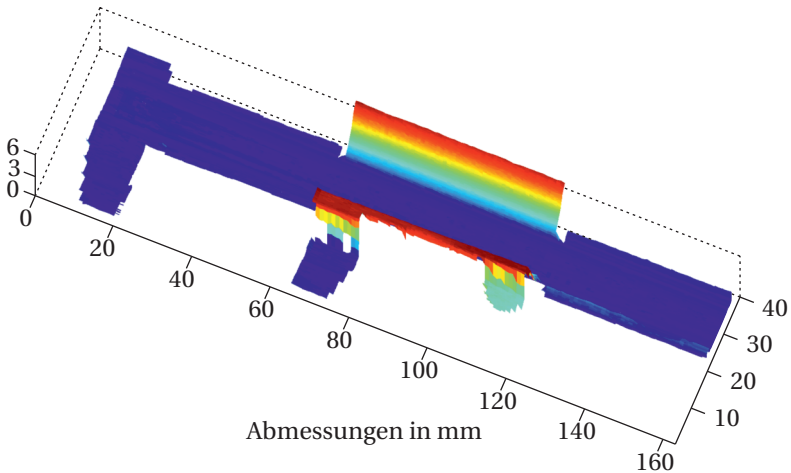


Abbildung 7.6: Experimentelle 3D-Messung einer Schieblehre mit RGB-Filterersatz. Der 3D-Messung liegt die in 7.7 dargestellte RGB-Rohaufnahme zugrunde.

Bei der Betrachtung der Ergebnisse fällt auf, dass die Messunsicherheit je nach Arbeitspunkt stark variiert. Insbesondere der Bereich um 550 nm weist eine hohe Messunsicherheit auf, welche auf die geringen Steigungen der Filtertransmissionen zurückzuführen ist (vergleiche Detail I und II in Abb. 7.5). Im Vergleich zum besten Arbeitspunkt (II) ist die Messunsicherheit etwa um einen Faktor 20 höher. Das breiteste Plateau mit vergleichsweise konstanter Messunsicherheit hat eine spektrale Breite von 35 nm und entspricht ungefähr einem Messbereich von 1 mm (Detail III).

Auch wenn die Messunsicherheit vergleichsweise hoch ist und stark über den Messbereich variiert, sind 3D-Messungen mit RGB-Filterersatz möglich. Exemplarisch wurde dazu eine Schieblehre vermessen. Die RGB-Rohaufnahme ist in 7.7 zu sehen und die zugehörige 3D-Messung in Abbildung 7.6.

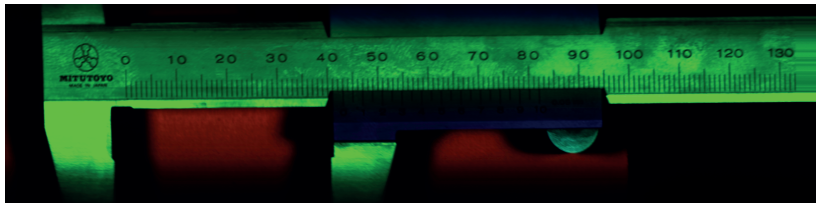


Abbildung 7.7: RGB-Rohdaten der in 7.6 dargestellten 3D-Messung.

7.1.3 CCT-Sensor mit optimierten Interferenzfiltern

Für dieses Experiment wurde eine multispektrale Kamera mit sechs Interferenzfiltern optimiert und gefertigt. Die multispektrale Kamera besteht aus einer Zeilenkamera in Kombination mit einem Filterträger, der einen sequentiellen Wechsel der einzelnen Filter ermöglicht (dargestellt als Bild 7.8). Die Anzahl von sechs Filtern wurde dabei aus Fertigungsgründen gewählt, da bei der Produktion der Schichtsysteme Abweichungen von den vorgegebenen Schichtdicken in Kauf genommen werden müssen. Untersuchungen im Vorfeld haben ergeben, dass die Eindeutigkeitsproblematik im Fall von weniger als sechs Filtern pro Filtersatz das Optimierungsergebnis signifikant beeinflusst. Hingegen spielt dieses Teilproblem der Optimierung bei einem Filtersatz mit sechs Einzelfiltern eine untergeordnete Rolle [Tap13c]. Das bedeutet auch, dass Abweichungen durch den Fertigungsprozess besser toleriert werden können. Das Teilproblem der Eindeutigkeit ist dabei besonders problematisch, weil bei Nichtbeachten mitunter hohe Messunsicherheiten die Folge sind. Der Einfluss der Filteranzahl pro Filtersatz wird in Abschnitt 7.2.1 noch genauer betrachtet.

Bei der Produktion einer Schichtdicke kommt es zu Abweichungen, die typischerweise als normalverteilt angenommen werden. Die Standardabweichung des gewählten Fertigungsprozesses beträgt ungefähr 0.5 nm pro Dünnschicht, wobei die Schichtdicken zwischen 15 nm – 400 nm liegen [Tap13c]. Optimiert wurde ein Schichtsystem mit 41 Dünnschichten und der Randbedingung, dass die Gesamtdicke 7 μm nicht überschreiten darf [Tap13b]. Als hochbrechendes Schichtmaterial kam Tantalpentoxid Ta_2O_5 zum Einsatz.



Abbildung 7.8: 6 Interferenzfilter in einer Filterstange, angeordnet zur technischen Realisierung einer multispektralen Kamera.

Niedrigbrechende Schichten wurden mit Siliziumdioxid SiO_2 realisiert und synthetisches Quarzglas wurde als Substratmaterial verwendet. Die Auswirkung der zu erwartenden Fertigungstoleranzen wurde mittels *Monte-Carlo*-Simulation in einer eigenen Veröffentlichung untersucht [Tap13c]. Das wesentliche Ergebnis ist, dass das Teilproblem der Eindeutigkeit während der Optimierung durch größere Rauschparameter stärker gewichtet werden kann. Dies kann für die Fertigung ausgenutzt werden, indem trotz Abweichungen aufgrund von Fertigungstoleranzen die Eindeutigkeitsproblematik nicht zur Messunsicherheit beiträgt. Dieses Vorgehen geht jedoch zu Lasten der erzielten Messunsicherheit des Sensorsystems, da das Teilproblem der Eindeutigkeit die Optimierungsrechnung dominiert.

In Abbildung 7.9 ist das Ergebnis der gefertigten Filtertransmissionen den berechneten Transmissionen gegenüber gestellt. Für einen senkrechten Einfallswinkel ist in blau die theoretische und in grün die gemessene Filtertransmission aufgetragen. Zum Teil sind deutliche Unterschiede auszumachen, die teilweise mehrere Prozentpunkte betragen (vgl. Detail III). Zusätzlich ist auch der berechnete Intensitätsverlauf $g_{\mu,i}$ für jeden Kamerakanal i aufgetragen. Dieser besitzt einen im Vergleich zur Filtertransmission geglätteten Verlauf (vgl. Detail I). Die Ursache hierfür liegt in der Halbwertsbreite des spektralen Signals ($\text{FWHM} = 2,1 \text{ nm}$) und in der Integration über die unterschiedlichen Einfallswinkel des modellierten Beleuchtungskegels des CCT-Sensors. Diese Integration hat auch zur Folge, dass der erwartete Intensitätsverlauf zu kleineren Wellenlängen verschoben ist; wie z.B. in Ausschnitt II ersichtlich ist. Zur Berechnung der Messunsicherheit werden sowohl die berechneten als auch die gefertigten Filter betrachtet. Da von den gefertigten Interferenzfiltern das exakte zugrundeliegende Schichtsystem unbekannt ist, wird bei der Berechnung der Messunsicherheit auf eine Integration über den Einfallswinkel verzichtet. Die resultierende Messunsicherheit ist in Abbildung 7.10 sowohl für den berechneten (blau) als auch für den gemessenen (grün)

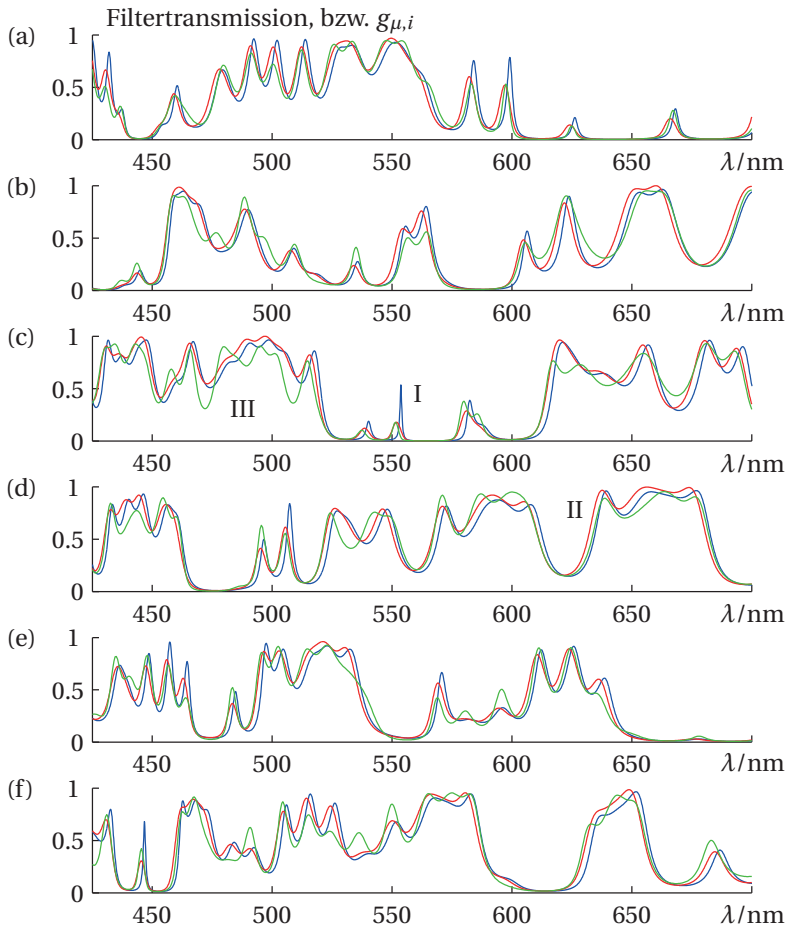


Abbildung 7.9: Pro Graph (a) – (f) ist einer der sechs Interferenzfilter dargestellt. Neben berechneter (blau) und gemessener (grün) Filtertransmission sind auch die auf eins normierten, erwarteten Intensitätsverläufe $g_{\mu,i}$ dargestellt (rot). Die Filtertransmissionen sind für einen senkrechten Einfallswinkel angegeben.

Filtersatz dargestellt. Die Messunsicherheit ist dabei als Standardabweichung der Schätzunsicherheit in der Domäne der Wellenlängenschätzung angegeben. Zusätzlich sind die wesentlichen Kennwerte als Messunsicherheit bezüglich einer Höhenschätzung in Tabelle 7.2 zusammengefasst und einer experimentellen Messung gegenübergestellt.

Simulation, Experiment	minimal	Durchschnitt	maximal
Optimierungsergebnis	0,6 μm	1,8 μm	6,1 μm
Gefertigte Filtertransmissionen	0,45 μm	1,6 μm	3,9 μm
Experiment mit CCT-Sensor	0,61 μm	-	-

Table 7.2: Messunsicherheit als Standardabweichung einer Höhenmessung. Die Unterschiede zwischen minimalen und maximalen Werten ergeben sich an unterschiedlichen Arbeitspunkten im Messbereich (vgl. Abbildung 7.10). Die Experimente wurden nicht an allen Arbeitspunkten durchgeführt, weswegen nur die minimal ermittelte Messunsicherheit aufgenommen wurde.

Bei der Betrachtung von Tabelle 7.2 fällt auf, dass die gefertigten Filter eine geringere Messunsicherheit als die zuvor optimierten Filter aufweisen. Als Ursache für dieses unerwartete Verhalten kommen mehrere Aspekte in Frage: Zum einen wurde bereits darauf hingewiesen, dass bei der Simulation der Messunsicherheit die Integration über den Einfallswinkel nicht beachtet wurde. Zum anderen wurde zur Optimierung des Filtersatzes ein leicht verändertes Optimierungsfunktional eingesetzt [Tap13b, Tap13a]. Dieses stellt eine Linearkombination zweier Funktionale dar. Dabei wurde das Optimierungsproblem des Beobachtungsräuschens und das Teilproblem der Eindeutigkeit getrennt bewerten und zueinander gewichtet. Als dritter Aspekt muss beachtet werden, dass es bei der Fertigung an den Grenzflächen der Dünnschichten zu Mischformen von Ta_2O_5 und SiO_2 kommen kann. Dadurch entsteht ein Freiheitsgrad, der bei der Optimierung nicht beachtet wurde und der dazu führen kann, dass die gefertigten Filter eine geringere Messunsicherheit zur Folge haben.

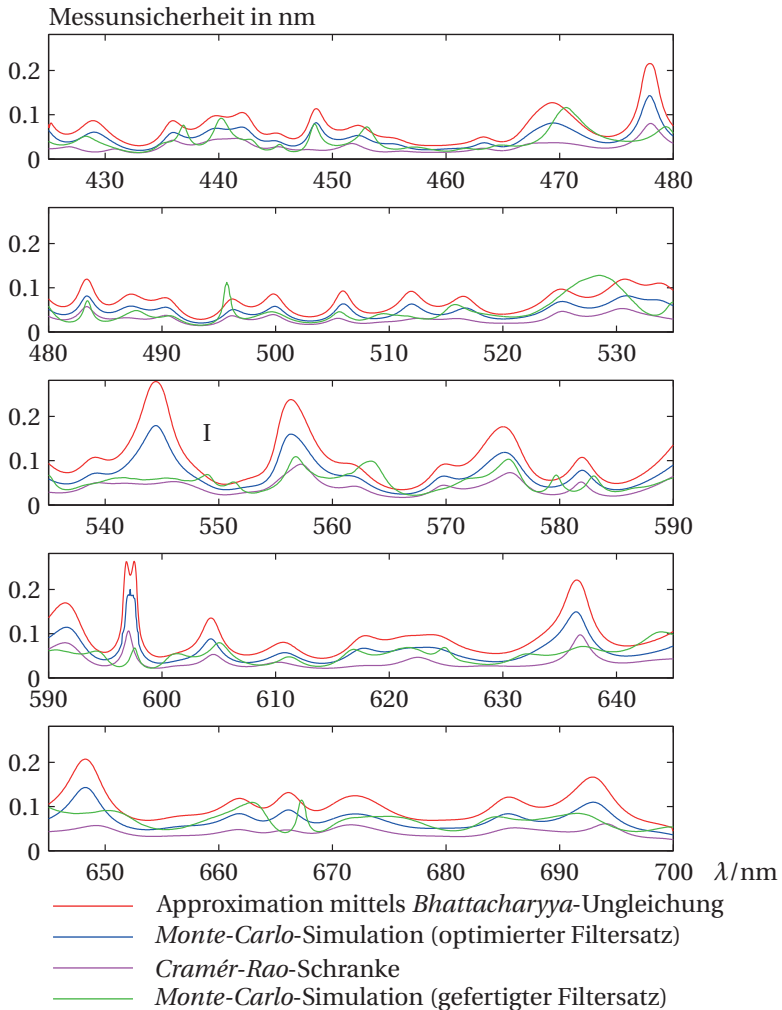


Abbildung 7.10: Messunsicherheit angegeben als Standardabweichung der Wellenlängenschätzung. Bis auf den grünen Verlauf sind alle Messunsicherheiten bezüglich des optimierten Filtersatzes angegeben.

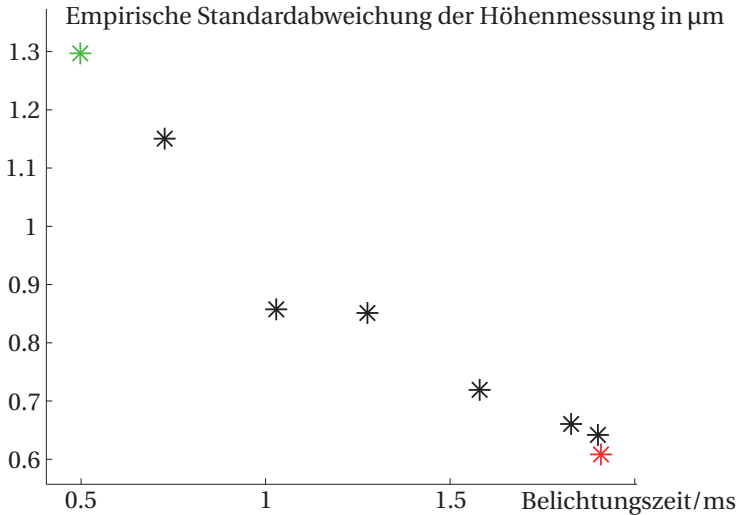


Abbildung 7.11: Messung eines statischen Planspiegels für unterschiedliche Belichtungszeiten. Bei maximaler Belichtungszeit wurde der Dynamikumfang der Kamera voll ausgenutzt. Die rote (grüne) Farbgebung korrespondiert mit der Messkurve in Abbildung 7.12.

In Abbildung 7.10 ist die Messunsicherheit bezüglich der Wellenlängenschätzung als Funktion der fokussierten Wellenlänge aufgetragen. Die exakteste Berechnung entspricht dem blau dargestellten Verlauf, welcher durch eine *Monte-Carlo*-Simulation numerisch berechnet wurde. Zum Vergleich ist in magenta die Standardabweichung der *Cramér-Rao*-Schranke eingezeichnet. Wie erwartet unterschätzt diese die reale Messunsicherheit, wobei die numerisch ermittelte Messunsicherheit mindestens um den Faktor 1,3 größer ist. Die approximative Messunsicherheit unter Nutzung der *Bhattacharyya*-Ungleichung (6.22) ist in rot dargestellt. Diese stimmt im Verlauf gut mit dem numerisch ermittelten Ergebnis überein. Besonders an Arbeitspunkten, an denen die *Cramér-Rao*-Schranke die Messunsicherheit deutlich unterschätzt, folgt die Approximation der in Wahrheit schlechteren Messunsicherheit (vgl. Detail I in Abb. 7.10).

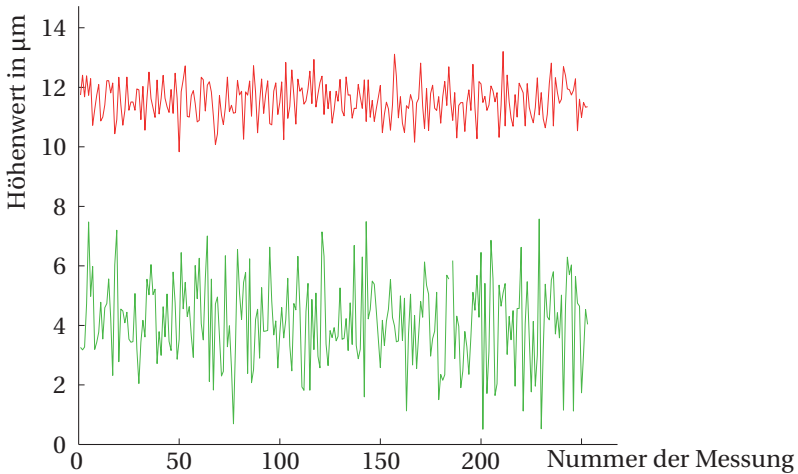


Abbildung 7.12: Messung eines statischen Planspiegels für unterschiedliche Belichtungszeiten. Bei maximaler Belichtungszeit wurde der Dynamikumfang der Kamera voll ausgenutzt. Der Höhenunterschied der zwei dargestellten Messungen ist der experimentellen Durchführung geschuldet, wobei externe Einflüsse unzureichend kompensiert wurden.

Die bisherige Betrachtung basiert auf Simulationen, welche im Folgenden mit experimentell ermittelten Ergebnissen verglichen werden sollen. Als Experiment wird die punktuelle Höhenmessung eines statischen Oberflächenspiegels durchgeführt. Die variierenden Höhenmessungen sind in diesem Fall im Wesentlichen auf das Kamerarauschen zurückzuführen. Die Ergebnisse zweier beispielhafter Messreihen sind in Abbildung 7.12 aufgetragen, die zugehörigen empirischen Standardabweichungen in 7.11. Zwischen den Messreihen wurde die Belichtungszeit der Kamera sukzessive erhöht, um den Einfluss einer variierenden Oberflächenreflektanz zu untersuchen. Sowohl eine veränderte Belichtungszeit als auch eine verminderte Oberflächenreflektanz führen zu einer geringeren Anzahl Photonen und haben ein schlechteres Signal-Rausch-Verhältnis zur Folge. Die minimal gemessene Messunsicherheit beträgt $0,61 \mu\text{m}$ und stimmt mit den simulierten Werten in Tabelle 7.2 überein.

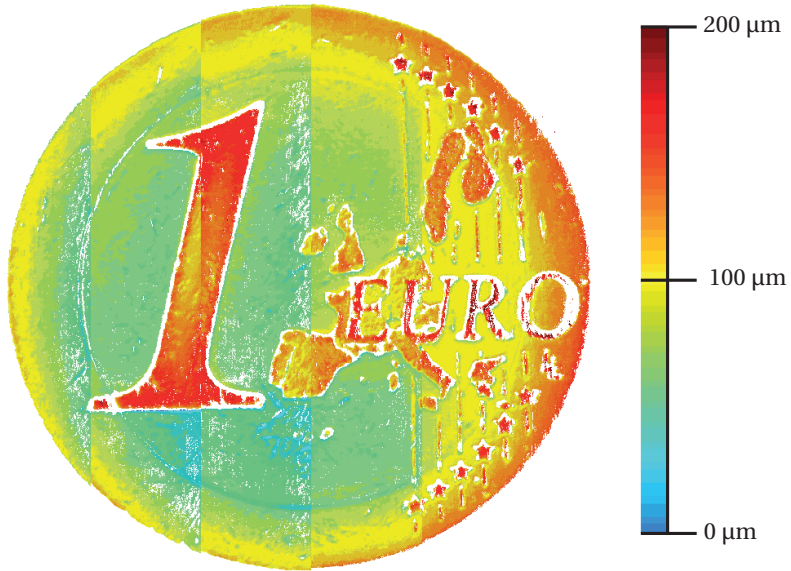


Abbildung 7.13: 3D-Topographie gemessen mit einem CCT-Sensor mit sechs Interferenzfiltern. Die Messung besteht aus sechs Messfahrten, wodurch Artefakte an den Übergängen zu sehen sind. Weiße Bereiche kennzeichnen unplausible Messungen.

In einem weiteren Experiment wurde auch eine Ein-Euro-Münze vermessen; das Messergebnis ist in Abbildung 7.13 dargestellt. Da die eingesetzte Lichtquelle nur ca. 5 mm des Beleuchtungsspalts ausleuchtet, waren sechs Messfahrten notwendig. Die Höhenwerte wurden dabei nicht weiter aufbereitet, sodass an den Übergängen zwischen den Messfahrten Artefakte sichtbar sind. Lediglich unplausible Höhenwerte wurden entfernt, wobei die minimale Distanz einer Beobachtung g zum kalibrierten Kameramodell als Plausibilitätsmaß herangezogen wurde. Aus diesem Grund sind z.B. auf dem Schriftzug des Euros fehlende Höhenwerte durch weiße Farbgebung zu erkennen. Die Hauptursache für unplausible Messungen sind zum einen die vergleichsweise unscharfe Abbildung der eingesetzten konkaven Gitter und zum anderen der geneigte Strahlengang des CCT-Sensors. Dieser führt zu Abschattungen an Objektstufen, wodurch den Kamerasensor kein Licht erreicht.

7.2 Optimierung von Interferenzfiltern

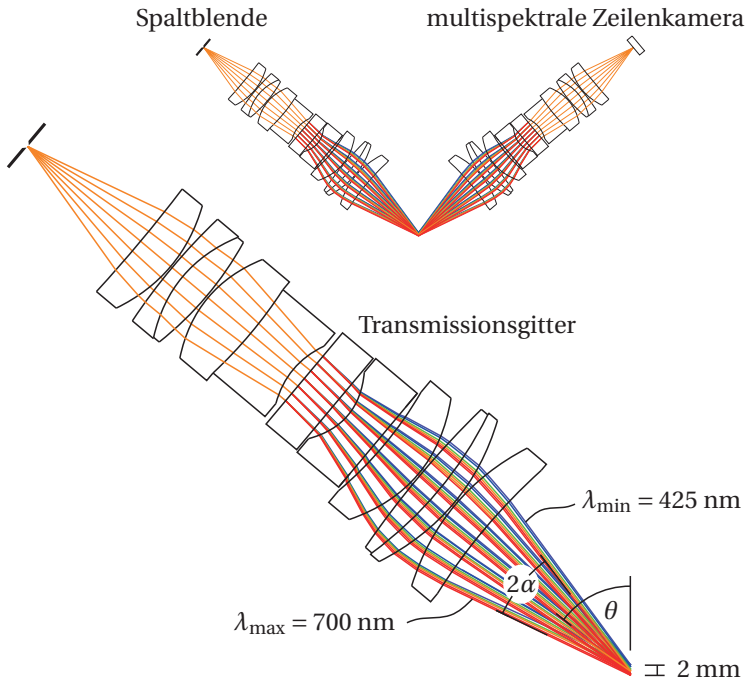


Abbildung 7.14: CCT-Sensor mit annähernd beugungsbegrenzten Abbildungseigenschaften, Verkippungswinkel $\theta = 60^\circ$ und numerischer Apertur $NA = 0,25$ (Öffnungswinkel $2\alpha_{NA} \approx 29^\circ$). Die Vergrößerung der Optik stellt eine 1 : 1 Abbildung dar. Die Scanbreite beträgt 10 mm. Nicht gezeigt ist die telezentrisch realisierte Abbildung, wodurch für alle, in der Zeile benachbarten Messpunkte, die gleiche Beleuchtungskonstellation herrscht.

Im Gegensatz zum vorherigen Abschnitt 7.1 werden in diesem Abschnitt reine Simulationsergebnisse betrachtet. Der simulierte CCT-Sensor wurde realistisch modelliert, indem die Optik mittels der Optikdesign-Software ZemaxTM entworfen wurde (Abbildung 7.14). Die Modellparameter der Optimierung sind in Tabelle 7.3 zusammengefasst.

Modellparameter	numerische Größe
Kamera- und Rauschmodell	
Polarisation ϕ	unpolarisiert 50% s-, 50% p-Polarisation
Quanteneffizienz	nicht berücksichtigt $q(\lambda) = 1$
Lichtspektrum	nicht berücksichtigt $I(\lambda, \phi) = 1$
Minimale Oberflächenreflektanz	$r_{\min} = 70\%$
Dunkelrauschen	$\sigma_d = \sqrt{0,2}$ bei 8-bit Quantisierung (vgl. Abbildung 4.10)
Systemverstärkung	$k = 0,5/255$ bei 8-bit Quantisierung (vgl. Abbildung 4.10)
Optikmodell	
Halber Öffnungswinkel	$\alpha_{\text{NA}} = 14,5^\circ$ entspricht $\text{NA} = 0,25$
Spektraler Messbereich	$\lambda \in [425 \text{ nm}, 700 \text{ nm}]$
Vertikaler Messbereich	$h \in [0 \text{ mm}, 2 \text{ mm}]$
Halbwertsbreite Signal	$\text{FWHM} = 2,5 \text{ nm}$
Interferenzfilter	
Anzahl Schichten pro Filter	5, 10, 20, 30, 40
Minimale Schichtdicke	10 nm
Maximale Schichtdicke	900 nm
Schichtmaterialien	SiO_2 (niedrigbrechend), Ta_2O_5 (hochbrechend)
Substratmaterial	synthetisches Quarzglas
Optimierungsparameter	
Anzahl Filter	3, 4, 5, 6, 10
Diskretisierung des Messbereichs	$\Delta\lambda = 0,1 \text{ nm}$
Stützstellen <i>Monte-Carlo</i> -Integration	ca. 30.000.000 <i>Latin-Hypercube</i> - Stichprobenverfahren [Ima08]
Schätzfunktion	ML-Schätzer

Tabelle 7.3: Auflistung der Simulationsparameter in Anlehnung an die CCT-Optik in Abbildung 7.14.

Basierend auf diesem Sensormodell werden im Folgenden optimierte Filtersätze präsentiert. Für die einzelnen Optimierungen werden dabei die Anzahl Filter pro Filtersatz, die Zahl der Interferenzschichten oder der Startwert variiert. Als Vergleichskriterium wird die simulierte Messunsicherheit betrachtet, die mittels der *Monte-Carlo*-Simulation und unter Verwendung der ML-Schätzfunktion ermittelt wird. Bevor diese Ergebnisse in Abschnitt 7.2.1 vorgestellt werden, wird ein exemplarisches Optimierungsergebnis mit vier Filtern je 20 Schichten im Detail vorgestellt und diskutiert.

In Abbildung 7.15 ist ein exemplarisches Optimierungsergebnis mit vier Filtern dargestellt. Gezeigt werden die einzelnen Intensitätsverläufe des Kameramodells (4.23) als Funktion der fokussierten Wellenlänge. Die Verläufe der Intensitätswerte zeigen einen typischen oszillierenden Charakter, wodurch steile Flanken realisiert werden. Diese führen zu einer hohen Empfindlichkeit des Intensitätswertes gegenüber kleinen Änderungen der fokussierten Wellenlänge. Da die Filtertransmissionen nur Werte zwischen null und eins annehmen können, ist das beobachtete oszillierende Verhalten eine logische Konsequenz, um im gesamten Messbereich hohe Sensorempfindlichkeiten zu erreichen. Dabei kann in Abbildung 7.15 auch beobachtet werden, dass sich die vier Kamerakanäle gegenseitig abwechseln. Z.B. hat nur der grün dargestellte Intensitätsverlauf bei $\lambda \approx 552$ nm eine signifikante Steigung (Detail I). Bevor dieser jedoch bei $\lambda \approx 556$ nm ein Minimum erreicht, übernimmt der blau dargestellte Kamerakanal, sodass eine gewisse Empfindlichkeit immer sichergestellt ist.

Neben einer hohen Empfindlichkeit müssen optimierte Filter noch das zweite Teilproblem der Eindeutigkeit einer Beobachtung lösen. Diese Eigenschaft kann den in Abbildung 7.15 dargestellten Intensitätsverläufen nicht entnommen werden, weswegen dazu der korrespondierende Chromatizitätsraum in Abbildung 7.16 betrachtet wird. Der Beobachtungsraum einer vierkanaligen multispektralen Kamera ist vierdimensional. Durch die in Abschnitt 5.2.2 vorgestellte Intensitätsnormierung kann für jeden Intensitätsvektor ein dreidimensionaler Chromatizitätsvektor angegeben werden. Die in 7.15 dargestellten vier Intensitätsverläufe korrespondieren folglich mit einem Pfad, wie er in 7.16 zu sehen ist. Die farbig unterlegte λ -Achse in 7.15 ermöglicht dabei die Zuordnung der Wellenlänge zu den dargestellten Chromatizitätskoordinaten.

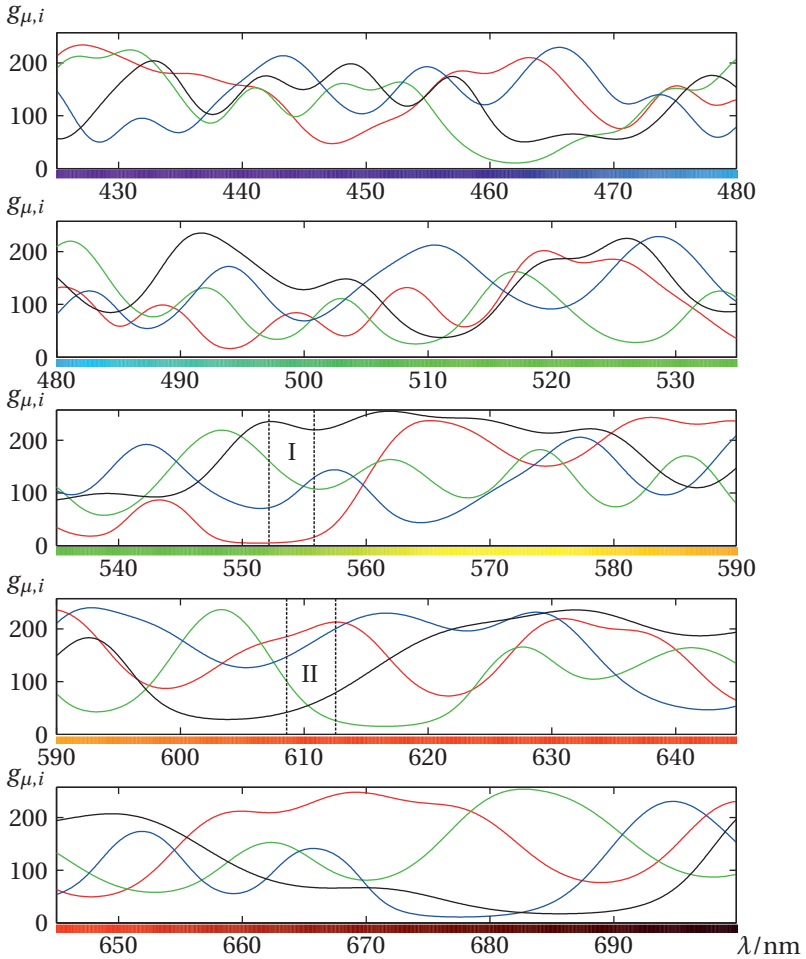


Abbildung 7.15: Vier Intensitätsverläufe $g_{\mu,i}$ als Ergebnis einer Optimierung, skaliert von 0 bis 255. Jeder Kamerakanal $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ ist in einer anderen Farbe dargestellt. Die farbig hinterlegte Wellenlängenachse ermöglicht eine Zuordnung der Wellenlänge in Schaubild 7.16.

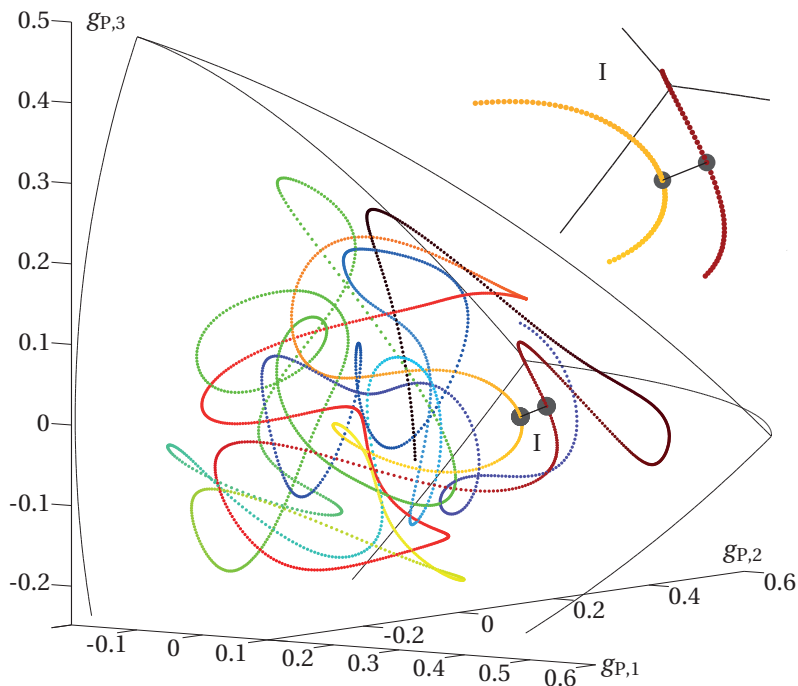


Abbildung 7.16: Intensitätsnormierte Chromatizitätskoordinaten eines multispektralen Kameramodells mit vier Filtern. Die Farbgebung ermöglicht eine Zuordnung zur Wellenlänge in Abbildung 7.15. Die grau hervorgehobene Chromatizitätskoordinate stimmt mit den grau markierten Positionen in 7.17 überein.

Der in 7.16 dargestellte Pfad hat die Eigenschaft, dass an jeder Stelle ein gewisser Mindestabstand zu den ihn umgebenden Chromatizitätskoordinaten eingehalten wird. Für den Detailausschnitt I wurde eine Annäherung des Pfades an der Stelle des minimalen Abstandes separat hervorgehoben. Um zu bewerten, ob der hier realisierte Abstand ausreichend ist, kann die Messunsicherheit betrachtet werden. Diese ist in Abbildung 7.17 aufgetragen, wobei neben der numerischen Ermittlung mittels *Monte-Carlo*-Integration auch die zur Optimierung verwendete Approximation mittels *Bhattacharyya*-Ungleichung und die *Cramér-Rao*-Ungleichung als untere Schranke für die Messunsicherheit aufgetragen ist.

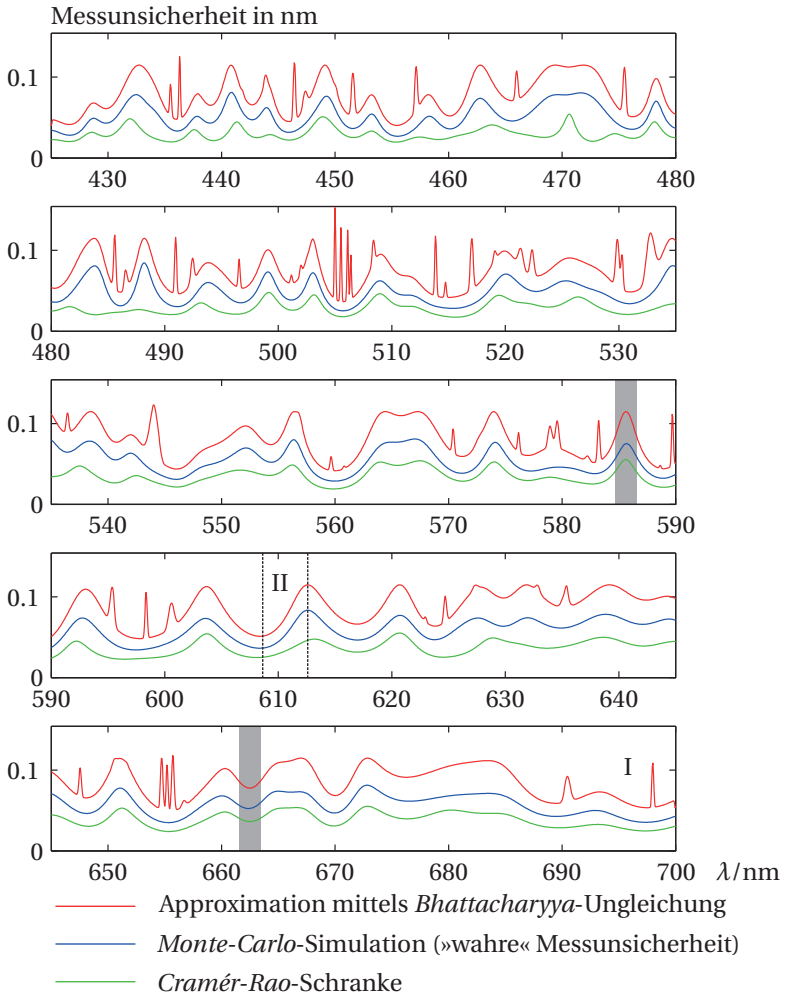


Abbildung 7.17: Messunsicherheit der Wellenlängenschätzung als Funktion der fokussierten Wellenlänge (angegeben als Standardabweichung). Die rot dargestellte Funktion entspricht gleichzeitig der Kostenfunktion des Optimierungsergebnisses für vier Filter mit je 20 Schichten.

Die grau gekennzeichneten Chromatizitätskoordinaten in 7.16 stimmen mit den grau hinterlegten Positionen in 7.17 überein. An diesen Stellen kann keine signifikant höhere Messunsicherheit festgestellt werden, d.h. die Eindeutigkeitsproblematik wirkt sich in diesem Fall nicht negativ auf das Optimierungsergebnis aus.

In Schaubild 7.17 sind die Kostenfunktionen der drei vorgestellten Optimierungsfunktionale (6.14), (6.17) und (6.22) als Funktion der fokussierten Wellenlänge dargestellt. Hingegen der ursprünglichen Formulierungen jedoch nicht als Varianz der Höhenschätzung, sondern als Standardabweichung der Wellenlängenschätzung dargestellt.

Der grüne Verlauf repräsentiert die untere Schranke der Messunsicherheit gemäß der *Cramér-Rao*-Ungleichung. Der blaue Verlauf entspricht der Lösung des *Bayesschen*-Integrals (6.17) mittels einer *Monte-Carlo*-Integration. Diese Simulation kann als die wahre Messunsicherheit angesehen werden. Obwohl als Schätzfunktion der ML-Schätzer zum Einsatz kommt, wird die untere *Cramér-Rao*-Schranke nicht erreicht.

In rot ist die Approximation dargestellt, welche zur Optimierung dieses Ergebnisses verwendet wurde (Approximation mittels *Bhattacharyya*-Ungleichung). Diese überschätzt die Messunsicherheit und zeigt charakteristische Peaks (z.B. Detail I), welche auf Annäherungen des Pfades im Chromatizitätsraum zurückzuführen sind. Gelingt es nicht, die Eindeutigkeitsproblematik in der Optimierung zu lösen, können diese charakteristischen Peaks auch in der numerischen Lösung der Messunsicherheit beobachtet werden (hier nicht der Fall). Aufgrund der Gewichtungsfunktion des approximativen Optimierungsfunktionals (6.22) wird die Eindeutigkeitsproblematik überbewertet.

Neben diesen Peaks können auch langsame Veränderungen in den Verläufen der Messunsicherheit beobachtet werden (vgl. Detail II in Abb. 7.17). Diese können durch die unterschiedlichen Steigungen der Intensitätsverläufe erklärt werden, wie sie in Schaubild 7.15 aufgetragen sind. Der dort in grün dargestellte Intensitätsverlauf weist bei $\lambda = 608$ nm eine vergleichsweise hohe Steigung auf; verglichen mit den Verläufen am Arbeitspunkt $\lambda = 613$ (vgl. Detail II in Abb. 7.15). Entsprechend resultiert eine geringe Messunsicherheit an der Stelle, an der die Veränderung des Intensitätswertes schneller erfolgt.

Bei einer solchen Betrachtung muss jedoch beachtet werden, dass die Messunsicherheit für das intensitätsnormierte Kameramodell berechnet wird, sodass nicht die Steigung der einzelnen Intensitätsverläufe ausschlaggebend ist, sondern deren Zusammenspiel im Chromatizitätsraum. Würden z.B. alle Kamerakanäle einen beliebigen aber identischen Intensitätsverlauf besitzen, dann würden alle Punkte des Pfades in einer Koordinate des Chromatizitätsraumes liegen und die Messunsicherheit wäre unendlich hoch. Letztendlich kann in diesem Fall nicht unterschieden werden, ob eine Änderung der Intensitätswerte aus einer Veränderung der Oberflächenreflektanz oder aus einer veränderten fokussierten Wellenlänge resultiert.

In Tabelle 7.4 sind die charakteristischen Kennzahlen des vier Interferenzfilter, wie sie in Abbildung (7.15) dargestellt sind, zusammengefasst.

Schätzparameter	minimal	mittlere	maximal
Wellenlängenschätzung	0,025 nm	0,054 nm	0,08 nm
Höhenschätzung	0,18 μm	0,39 μm	0,58 μm

Tabelle 7.4: Messunsicherheit als Standardabweichung einer Wellenlängenschätzung, bzw. einer Höhenschätzung.

In Abbildung 7.15 wurden bereits die erwarteten Intensitätsverläufe der vier Kamerakanäle dargestellt. Um die Auswirkungen der Interferenzfilter-Technologie einschätzen zu können, wird an dieser Stelle ein Kamerakanal im Detail untersucht. Dazu wurde in 7.18 neben dem erwarteten Intensitätsverlauf auch die Filtertransmission bei senkrechtem Einfall und bei maximalem Einfallswinkel dargestellt. An der Stelle $\lambda = 545 \text{ nm}$ zeigt sich, wie stark der Intensitätsverlauf des Kameramodells gegenüber der Filtertransmission geglättet ist (Detail I). Die Ursachen dafür liegen zum einen an der Halbwertsbreite des spektralen Signals, welches zum Vergleich als schwarz unterbrochener Graph dargestellt ist (Detail II). Zum anderen an den winkelabhängigen Eigenschaften der Interferenzfilter. Zwischen dem senkrechten und dem maximalen Einfallswinkel kann eine deutliche Verschiebung um ca. 5 nm beobachtet werden (Detail I). Der Einfluss der Polarisation, der bei nicht senkrechtem Lichteinfall berücksichtigt werden muss, ist gering.

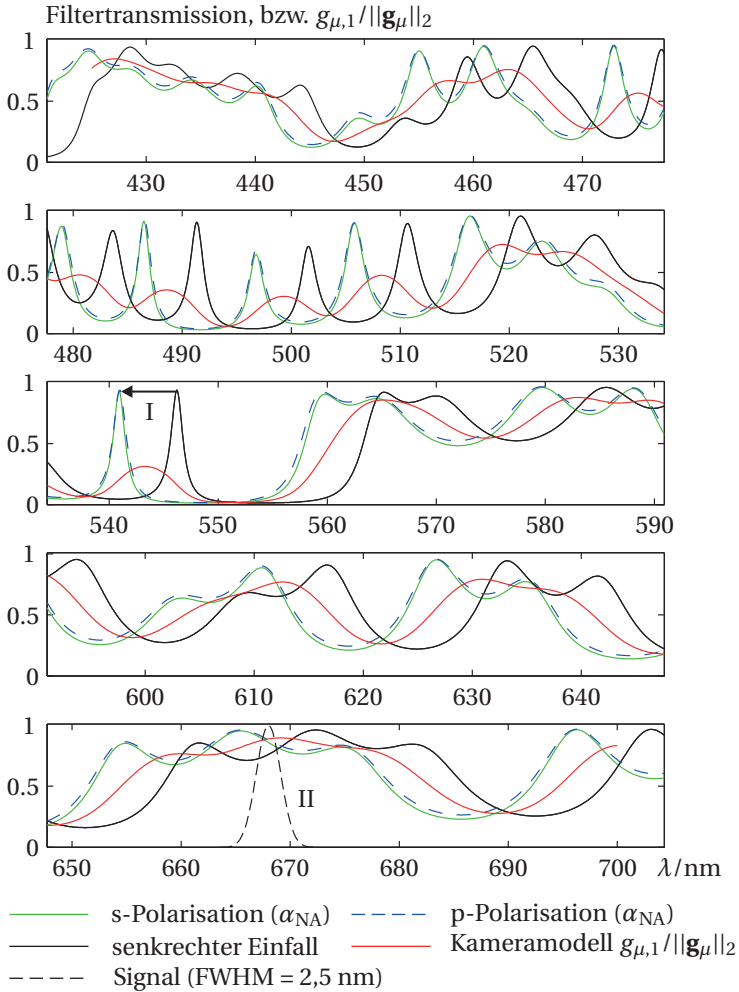


Abbildung 7.18: Detaillierte Betrachtung des Kamerakanals Nr. 1, dessen Intensitätsverlauf auch in Abbildung 7.15 in rot dargestellt ist. Die Filtertransmissionen zeigen bei größeren Einfallswinkel (hier $\alpha_{NA} = 14,5^\circ$) eine charakteristische Verschiebung zu kleineren Wellenlängen.

7.2.1 Optimierungsergebnisse

Im vorhergehenden Abschnitt wurde ein exemplarisches Optimierungsergebnis im Detail vorgestellt. In diesem Abschnitt werden weitere Ergebnisse vorgestellt, dabei aber auf eine detaillierte Untersuchung verzichtet. Als Kennzahl wird die Messunsicherheit als Standardabweichung der Wellenlängenschätzung betrachtet. Da diese je nach Arbeitspunkt variiert, wird die maximale, mittlere und minimale Messunsicherheit betrachtet.

Als erstes wird der Einfluss der Anzahl Filter pro Filtersatz auf die Messunsicherheit untersucht. Der kleinste Filtersatz, der mit einem zufälligen Startwert optimiert werden kann, besteht aus vier Filtern. Werden nur drei Filter verwendet, dann resultiert ein zweidimensionaler Chromatizitätsraum. Eine zweidimensionale Pfadrepräsentation ist in Abbildung 6.2 für eine zufällige Filtertransmission gezeigt. Am Detail III kommt es zu einer Kreuzung der Pfadrepräsentation, was häufig für zufällige gewählte Startwerte beobachtet werden kann. Aufgrund der damit einhergehenden Mehrdeutigkeiten resultiert eine hohe Messunsicherheit. Beispielhafte Simulationen haben gezeigt, dass diese Mehrdeutigkeiten in einer gradientenbasierten Optimierungsrechnung nicht aufgelöst werden können. Als Ursache wird die beschränkte Plastizität der Transmissionsfunktion bei Interferenzfiltern vermutet. Der Spezialfall von drei Filtern pro Filtersatz wurde jedoch nicht tiefergehend betrachtet. Damit Filtersätze mit drei Interferenzfiltern optimiert werden können, müssen Startwerte benutzt werden, die im Chromatizitätsraum eine kreuzungsfreie Pfadrepräsentation besitzen. Werden stattdessen vier oder mehr Filter verwendet, kann jede Pfadkreuzung aufgelöst werden. Im Gegensatz zum zweidimensionalen Chromatizitätsraum, der sich bei drei Filtern ergibt, steht mit jedem weiteren Filter auch eine weitere Dimension zur Verfügung. Aus Abbildung 7.19 kann der Einfluss der Filteranzahl pro Filtersatz auf die Messunsicherheit entnommen werden. Dabei kann ein unterschiedliches Verhalten zwischen maximaler und minimaler Messunsicherheit beobachtet werden. Die starke Zunahme der Messunsicherheit beim Übergang von fünf auf vier Filtern kann durch das Eindeutigkeitsproblem erklärt werden. Vier Filter haben einen dreidimensionalen Chromatizitätsraum zur Folge.

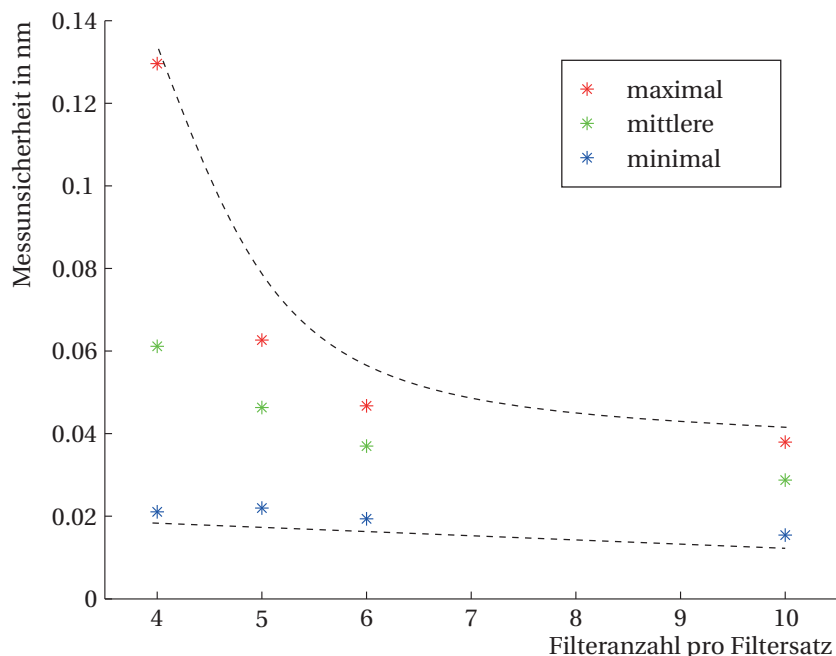


Abbildung 7.19: Messunsicherheit der Wellenlängenschätzung in Abhängigkeit der Anzahl Filter pro Filtersatz. Je Filter wurden 20 Interferenzschichten optimiert. Die gestrichelten Graphen visualisieren qualitativ den Zusammenhang zwischen Messunsicherheit und Anzahl Filter.

Dieser hat ein deutlich geringeres Volumen als ein vierdimensionaler Chromatizitätsraum, der sich bei fünf Filtern pro Filtersatz ergibt. Aus diesem Grund ist es für einen Filtersatz mit vier Filtern deutlich schwerer, das Eindeutigkeitsproblem zu lösen. Ab sechs Filtern ist der korrespondierende Chromatizitätsraum so groß, dass die Eindeutigkeitsproblematik das Optimierungsergebnis nicht mehr signifikant beeinflusst. Optimierungen mit 7–9 Filter pro Filtersatz wurden nicht durchgeführt. Aus Sicht der Hochgeschwindigkeitsanwendung sind Filtersätze mit möglichst wenigen Filtern von Interesse. Filtersätze mit vier Filtern sind technisch besonders interessant, da für den dreidimensionalen Chromatizitätsraum die gleiche Bildverarbeitungshardware wie für RGB-Kameras eingesetzt werden kann.

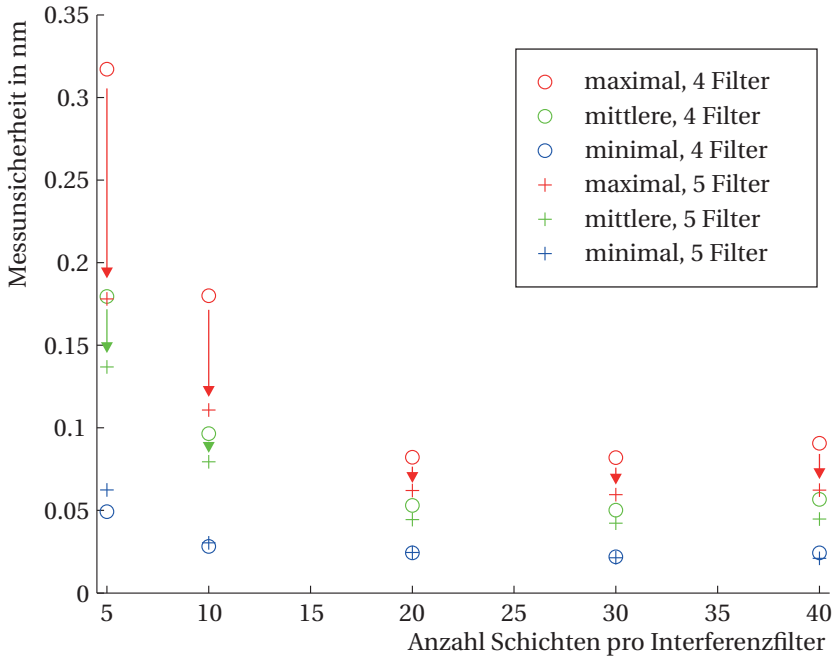


Abbildung 7.20: Messunsicherheit der Wellenlängenschätzung für Optimierungen mit unterschiedlicher Anzahl an Schichten pro Interferenzfilter.

In Abbildung 7.20 sind zehn Optimierungsergebnisse dargestellt. Für jeweils einen Filtersatz mit vier bzw. fünf Filtern wurde die Anzahl an Schichten pro Filter in fünf Schritten variiert. Dabei zeigt sich, dass die Messunsicherheit ab 20 Schichten pro Filter sich nicht weiter reduziert. Bei der Interpretation dieser Ergebnisse muss jedoch beachtet werden, dass der Startwert jeweils zufällig gewählt wurde und das Ergebnis lediglich lokale Optimalitätseigenschaften besitzt. Der Wechsel von vier auf fünf Filter hat hauptsächlich einen Einfluss auf die maximale Messunsicherheit im Messbereich. Die kleinste Messunsicherheit bezüglich der Wellenlängenschätzung beträgt 0,02 nm. Wird dieses Ergebnis auf die Höhenschätzung übertragen, ergibt sich eine Messunsicherheit von 0,15 μm bei 2 mm Messbereich.

7.3 Zusammenfassung und quantitativer Vergleich

Für die hier vorgestellten Interferenzfilter existiert kein Stand der Technik, der einen direkten Vergleich der Ergebnisse ermöglicht. Die Idee, eine multispektrale Kamera zur Schätzung der Wellenlänge einzusetzen, wurde nach dem Stand der Forschung bisher mit RGB-Kameras gelöst. Die technische Umsetzung mittels RGB-Kamera kommt der hier vorgeschlagenen Sensoroptimierung somit am nächsten. Zusätzlich können die Ergebnisse auch mit dem klassischen Spektrometeransatz verglichen werden. Dabei muss jedoch beachtet werden, dass ein Spektrometer typischerweise 1000 Kamerapixel pro Messpunkt benötigt und folglich die Anforderung an Hochgeschwindigkeitsmessungen aufgrund der einhergehenden hohen Datenrate nicht erfüllen kann.

Wird die Messunsicherheit als Standardabweichung der Wellenlängenschätzung verglichen, so sticht der Spektrometeransatz durch eine signifikant geringere Messunsicherheit hervor. Ein Spektrometer kann auch als eine multispektrale Kamera betrachtet werden, welche viele spektral benachbarte Bandpassfilter realisiert. Solche Filtertransmissionen weisen eine hohe Steigung auf, wodurch eine hohe Empfindlichkeit erreicht wird, die eine geringere Messunsicherheit zur Folge hat. Bei dem hier betrachteten Ergebnis muss jedoch beachtet werden, dass der im Spektrometer verbauten Zeilenkamera ein anderes Rauschmodell zugrunde liegt. Der direkte Vergleich mit einem simulierten Filtersatz mit vier Filtern zeigt, dass der Spektrometeransatz eine um den Faktor 8 – 27 geringere Messunsicherheit zur Folge hat.

Der hier betrachtete Filtersatz mit vier Interferenzfilter hat im Vergleich zum Spektrometeransatz eine geringere Empfindlichkeit. Die Ursache dominiert die winkelabhängige Eigenschaft der Interferenzfilter, welche zu einer starken Glättung des erwarteten Intensitätsverlauf führt. Dieses Verhalten wird in Abbildung 7.18 diskutiert, indem der Intensitätsverlauf eines Kamerakanals mit der Filtertransmission verglichen wird. Durch einen optimierten optischen Aufbau der multispektralen Kamera, welcher beispielsweise große Einfallswinkel auf die Interferenzfilter vermeidet, sollte die Messunsicherheit weiter reduziert werden können. Diese Aufgabenstellung ist zukünftigen Arbeiten vorbehalten und nicht Bestandteil dieser Arbeit.

Wird eine RGB-Kamera eingesetzt, ist die resultierende Messunsicherheit stark vom Arbeitspunkt im Messbereich abhängig. Der im Detail vorgestellte Interferenzfiltersatz mit vier Filtern je 20 Schichten weist gegenüber der RGB-Kamera selbst im ungünstigsten Fall eine um den Faktor 1,7 geringere Messunsicherheit auf. Auch wenn diese Verbesserung vergleichsweise gering ist, kann diese im Fall der Interferenzfilter über den gesamten Messbereich garantiert werden. Wird der ungünstigste Arbeitspunkt einer RGB-Kamera betrachtet, so kann mit vier Filtern die Messunsicherheit um den Faktor 36 verbessert werden.

Zu Beginn dieser Arbeit werden in Tabelle 2.1 die technischen Daten von kommerziellen chromatischen Zeilensensoren vorgestellt. Ein direkter Vergleich mit diesen Herstellerangaben muss mit großer Vorsicht betrachtet werden, da in den Datenblättern nicht spezifiziert ist, wie die Werte ermittelt wurden. Das Messgerät SQM 1200 von FocalSpec™ wird mit 1 μm Genauigkeit und 6 mm Messbereich spezifiziert. In der Annahme, dass diese Angabe als Messunsicherheit interpretiert werden kann und eine lineare Skalierung der Messunsicherheit bezüglich des Messbereichs möglich ist, ergibt sich für einen Messbereich von 2 mm eine Messunsicherheit von 0,33 μm . Die simulierte multispektrale Kamera mit vier Filtern weist bei gleichem Messbereich eine Messunsicherheit von 0,18 μm – 0,58 μm auf. Dabei ist bemerkenswert, dass das kommerzielle Messgerät gemäß dem Spektrometeransatz aufgebaut wurde. Dieser Vergleich zeigt die messtechnische Relevanz der hier erzielten Ergebnisse.

Betrachtung		minimal	mittlere	maximal	Referenz
Experimentell ermittelte Messunsicherheiten					
Spektrometer		0,003 nm	-	-	Abb. 7.3
RGB-Kamera		0,14 nm	0,93 nm	2,9 nm	Tab. 7.1
CCT-Sensor experimentell		0,02 nm	-	-	Tab. 7.2
CCT-Sensor theoretisch		0,015 nm	0,05 nm	0,13 nm	Tab. 7.2
Simulationsergebnisse aus Abschnitt 7.2					
4 Filter, Schichten	20	0,025 nm	0,054 nm	0,08 nm	Abb. 7.17
Variation der Filteranzahl					
4 Filter, Schichten	20	0,021 nm	0,06 nm	0,13 nm	Abb. 7.19
5 Filter, Schichten	20	0,022 nm	0,046 nm	0,063 nm	Abb. 7.19
6 Filter, Schichten	20	0,019 nm	0,037 nm	0,047 nm	Abb. 7.19
10 Filter, Schichten	20	0,015 nm	0,029 nm	0,038 nm	Abb. 7.19
Variation der Schichtanzahl pro Filter					
4(5) Filter, Schichten	5	0,05 nm (0,063 nm)	0,18 nm (0,14 nm)	0,32 nm (0,18 nm)	Abb. 7.20
4(5) Filter, Schichten	10	0,028 nm (0,03 nm)	0,097 nm (0,08 nm)	0,18 nm (0,11 nm)	Abb. 7.20
4(5) Filter, Schichten	20	0,024 nm (0,024 nm)	0,053 nm (0,045 nm)	0,08 nm (0,062 nm)	Abb. 7.20
4(5) Filter, Schichten	30	0,022 nm (0,021 nm)	0,05 nm (0,042 nm)	0,08 nm (0,06 nm)	Abb. 7.20
4(5) Filter, Schichten	40	0,024 nm (0,021 nm)	0,057 nm (0,045 nm)	0,09 nm (0,063 nm)	Abb. 7.20

Tabelle 7.5: Auflistung der Messunsicherheiten für verschiedenen Ansätze zur Wellenlängenschätzung. Nur die minimalen Messunsicherheiten im Messbereich sind angegeben.

8

Abschlussbemerkungen

In dieser Arbeit wurde eine Optimierungsmethodik zur Optimierung von Filtersätzen für einen CCT-Sensor vorgestellt. Die technische Umsetzung dieses Sensors, insbesondere die optische Ausgestaltung und die Realisierung einer multispektralen Kamera, bleibt zukünftigen Arbeiten vorbehalten.

8.1 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde die Optimierung einer multispektralen Kamera zur Schätzung der Wellenlänge von annähernd monochromatischem Licht untersucht. Die physikalische Modellierung solch einer Kamera hat ein nicht-lineares Sensormodell zur Folge. Eine Untersuchung der Aufgabenstellung zeigt, dass sich dadurch zwei Teilprobleme für die Optimierung ergeben. Zum einen gilt es den Einfluss des Beobachtungsrauschens auf die Messunsicherheit zu reduzieren, zum anderen muss die Eindeutigkeit zwischen Beobachtung und Messwert sichergestellt werden. Approximative Ansätze wie die *Cramér-Rao*-Ungleichung können nicht angewandt werden, da diese nur das Teilproblem des Beobachtungsrauschens berücksichtigen. Stattdessen muss die Messunsicherheit ganzheitlich betrachtet werden, wozu sich der Ansatz des *Bayesian Experimental Design* eignet. Aufgrund fehlender analytischer Lösungen ist zur Auswertung die numerisch aufwendige *Monte-Carlo*-Integration notwendig. Für dieses Problem wurde eine heuristische

Approximation entwickelt, die im Kern auf der *Bhattacharyya*-Ungleichung basiert. Mit den umgesetzten Implementierungen konnte eine ca. 800-fache Beschleunigung der Optimierung erreicht werden. Der Vergleich mit den numerischen Lösungen mittels *Monte-Carlo*-Integration zeigt, dass sich die Approximation für die Optimierung einer multispektralen Kamera eignet. Um das Potenzial dieses Optimierungsansatzes zu zeigen, wird in dieser Arbeit das Messprinzip des CCT-Sensors betrachtet. Durch die Kombination eines chromatisch konfokalen Zeilensensors mit einer multispektralen Kamera kann der Stand der Forschung bezüglich der Messgeschwindigkeit deutlich beschleunigt werden. Um dieses Potenzial abzurufen, ist die erzielte Messunsicherheit ausschlaggebend. Experimentelle Untersuchungen mit einem CCT-Sensor zeigen, dass im Vergleich zum Einsatz einer RGB-Kamera die Messunsicherheit reduziert und für einen vergleichsweise großen Messbereich garantiert werden kann. Experimente mit einem Spektrometer zeigen, dass die Messunsicherheit prinzipiell noch weiter reduziert werden kann. In dieser Arbeit werden Interferenzfilter zur Realisierung einer multispektralen Kamera eingesetzt. Bei der Berechnung der Filtertransmission muss die Abhängigkeit vom Einfallswinkel beachtet werden, welche sich nachteilig auf die erreichten Ergebnisse auswirkt. Hier besteht noch Verbesserungspotenzial, die Optimierung der CCT-Sensoroptik ist jedoch nicht Bestandteil dieser Arbeit.

Die Simulationsergebnisse zeigen, dass bereits mit vier Filtern eine vergleichsweise geringe Messunsicherheit erzielt werden kann. Die vorgestellte Signalverarbeitung mittels Intensitätsnormierung hat einen dreidimensionalen Beobachtungsraum zur Folge. Dies ermöglicht auf vorhandene Bildverarbeitungshardware zurückzugreifen, welche ursprünglich für RGB-Anwendungen entwickelt wurde. Mit kommerziell verfügbarer Hardware können 100 kHz Zeilenrate mit über 2000 Messpunkte pro Zeile erreicht werden. Gegenüber dem Stand der Technik entspricht dies einer deutlichen Steigerung der Messgeschwindigkeit. Durch den vorgestellten Optimierungsansatz kann dieses Geschwindigkeitspotenzial in Verbindung mit einer geringen Messunsicherheit zugänglich gemacht werden. Besonders die produktionsnahe Qualitätssicherung kann von der hohen Messgeschwindigkeit profitieren. Dadurch können Aufgabestellungen bewältigt werden, für die derzeit keine 100%-Prüfung technisch umsetzbar ist.

8.2 Ausblick

Für die Filteroptimierung wurden im Abschnitt 6.2 zwei Teilprobleme identifiziert. Die Eindeutigkeitsproblematik fordert dabei, dass aus jeder Beobachtung eindeutig die zugrundeliegende Messgröße geschätzt werden kann. Prinzipiell kann diese Forderung auch algorithmisch erfüllt werden [Jon00]. Dazu ist die Annahme notwendig, dass eine stetige Oberfläche vermessen wird. In diesem Fall messen benachbarte Messpunkte ähnliche Objekthöhen. Dieses Zusatzwissen über benachbarte Messwerte kann dazu genutzt werden, aus einer mehrdeutigen Beobachtung einen eindeutigen Schätzwert zu ermitteln. Der Vorteil dieses Ansatzes liegt in der zusätzlichen Freiheit, die für die Filteroptimierung zur Verfügung steht. Dadurch sollte es möglich sein, die Messunsicherheit weiter zu reduzieren.

Für das Kameramodell (4.23) wurden die Designparameter \mathbf{p} als deterministische Größen betrachtet, welche Brechungsindizes und Schichtdicken der Interferenzfilter beschreiben. Für eine technische Umsetzung müssen diese Filter gefertigt werden, wobei mit stochastischen Abweichungen bezüglich der vorgegebenen Schichtdicken zu rechnen ist [Tap13c]. Wird der Fertigungsprozess bei der Optimierung der Filter mitberücksichtigt, müssen auch die Designparameter als Zufallsvariable modelliert werden. Die Berücksichtigung führt im Kontext des *Bayesian Experimental Design* zu weiteren Integralen, was einen zusätzlichen Rechenaufwand zur Folge hat. Ob dieses Vorgehen praktikabel ist, gilt es in zukünftigen Arbeiten zu untersuchen. Damit würde ein weiterer Aspekt, der Einfluss auf die Messunsicherheit des Gesamtsystems hat, berücksichtigt.

Auf dem Gebiet der Interferenzfilteroptimierung haben sich heuristische Ansätze wie beispielsweise die *Needle*-Methode bewährt [Sul96]. Neben diesen existiert auch ein deterministischer Zusammenhang zwischen der Brechungsindex- und der Filtertransmissionsfunktion, welcher auf der Fouriertransformation basiert [Ver96]. In dieser Arbeit wurden hingegen ein Standard-Optimierungsverfahren eingesetzt. Die Verwendung der spezialisierten Optimierungsansätze haben das Potenzial, die gefundenen Ergebnisse weiter zu verbessern.

Mit Blick auf die Anwendung als Hochgeschwindigkeitssensor muss die Frage beantwortet werden, wie eine multispektrale Kamera realisiert werden kann. Technologisch können Interferenzfilter ähnlich einer RGB-Kamera in Pixelgröße hergestellt werden [Mai12]. Auf diese Weise lassen sich die hier vorgestellten Interferenzfilter einsetzen, es sind aber auch alternative Umsetzungen möglich. In [Ker10] wird ein optischer Aufbau einer multispektralen Kamera mittels Strahlteiler vorgeschlagen, sodass an einer örtlichen Position alle Kamerakanäle realisiert werden können. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die spektrale Filterung auf der Beleuchtungsseite mittels einem zeitlichen Multiplexverfahren zu realisieren [Tap14c]. Die Art der Umsetzung hat einen großen Einfluss auf das Photonenbudget pro Kamerakanal. Diesem Aspekt muss eine besondere Aufmerksamkeit entgegen gebracht werden, da das Signal-Rausch-Verhältnis davon abhängt. Die hohen Messgeschwindigkeiten bedingen eine kurze Belichtungszeit, weswegen die zur Verfügung stehende Lichtmenge als limitierender Faktor wirken kann. Prinzipiell kann die Anzahl der Photonen pro Kamerakanal auch durch sehr leistungsfähige Lichtquellen wie z.B. einen Weißlichtlaser gesteigert werden [Shi06]. In jedem Fall muss jedoch die Augensicherheit gewährleistet werden [Din09]. Diese Fragestellungen gilt es bei einer zukünftigen Optimierung der Sensoroptik zu berücksichtigen.

Literaturverzeichnis

- [Ahm97] AHMED, S.; RUSSELL, P; LISBOA, P und JONES, G.R.: Parameter monitoring using neural-network-processed chromaticity. *Science, Measurement and Technology, IEEE Proceedings* - (1997), Bd. 144(6): S. 257–262
- [Bey99] BEYERER, Jürgen: *Verfahren zur quantitativen statistischen Bewertung von Zusatzwissen in der Meßtechnik*, Nr. 8 in Fortschritt-Berichte, VDI Verlag, Düsseldorf (1999)
- [Bey12] BEYERER, Jürgen; LEÓN, Fernando Puente und FRESE, Christian: *Automatische Sichtprüfung: Grundlagen, Methoden und Praxis Der Bildgewinnung Und Bildauswertung*, Springer-Verlag (2012)
- [Bha46] BHATTACHARYYA, A.: On Some Analogues of the Amount of Information and Their Use in Statistical Estimation. *Sankhya: The Indian Journal of Statistics* (1946), Bd. 8(1): S. 1–14
- [Bia86] BIALKOWSKI, Stephen E.: Species discrimination and quantitative estimation using incoherent linear optical signal processing of emission signals. *Analytical Chemistry* (1986), Bd. 58(12): S. 2561–2563
- [Boy87] BOYER, K.L. und KAK, A.C.: Color-Encoded Structured Light for Rapid Active Ranging. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* (1987), Bd. 9(1): S. 14–28

- [Boy08] BOYSWORTH, Marc K.; BANERJI, Soame; WILSON, Denise M. und BOOKSH, Karl S.: Generalization of multivariate optical computations as a method for improving the speed and precision of spectroscopic analyses. *Journal of Chemometrics* (2008), Bd. 22(6): S. 355–365
- [Bro10] BROOKE, Heather; BARANOWSKI, Megan R.; MCCUTCHEON, Jessica N.; MORGAN, Stephen L. und MYRICK, Michael L.: Multimode Imaging in the Thermal Infrared for Chemical Contrast Enhancement. Part 2: Simulation Driven Design. *Analytical Chemistry* (2010), Bd. 82(20): S. 8421–8426
- [Cas12] CASALICCHIO, M.L.; OLIVERO, M.; PENNA, A; PERRONE, G. und VALLAN, A: Low-cost 2D fiber-based displacement sensor, in: *Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2012 IEEE International*, S. 2078–2082
- [Cha95] CHALONER, Kathryn und VERDINELLI, Isabella: Bayesian Experimental Design: A Review. *Statistical Science* (1995), Bd. 10(3): S. 273–304
- [Che13] CHEN, Ye und LIU, Jonathan T. C.: Optimizing the performance of dual-axis confocal microscopes via Monte-Carlo scattering simulations and diffraction theory. *Journal of Biomedical Optics* (2013), Bd. 18(6): S. 066006–066006–4
- [Chu09] CHUN, Byung Seon; KIM, Kwangsoo und GWEON, Daegab: Three-dimensional surface profile measurement using a beam scanning chromatic confocal microscope. *Review of Scientific Instruments* (2009), Bd. 80(7): S. 073706–073706–7
- [CS03] COHEN-SABBAN, J.: Optoelectronic system using spatiochromatic triangulation (2003), US Patent 6573998
- [Dai07] DAI, Bin; URBAS, Aaron; DOUGLAS, Craig C. und LODDER, Robert A.: Molecular Factor Computing for Predictive Spectroscopy. *Pharmaceutical Research* (2007), Bd. 24(8): S. 1441–1449

- [DD99] DEN DEKKER, Arnold J.; SIJBERS, J. und VAN DYCK, Dirk: How to optimize the design of a quantitative HREM experiment so as to attain the highest precision. *Journal of microscopy* (1999), Bd. 194(1): S. 95–104
- [Din95] DIN 1319-1:1995-01, in: *Grundlagen der Messtechnik - Teil 1: Grundbegriffe*, Beuth Verlag (1995), S. 1–33
- [Din09] DIN EN 62471:2009-03; VDE 0837-471:2009-03, in: *Photobiologische Sicherheit von Lampen und Lampensystemen*, Beuth Verlag (2009)
- [Din11] DIN EN ISO 25178-602:2011-01, in: *Geometrische Produktspezifikation (GPS) - Oberflächenbeschaffenheit: Flächenhaft - Teil 602: Merkmale von berührungslos messenden Geräten (mit chromatisch konfokaler Sonde)*, Beuth Verlag (2011)
- [Dob78] DOBROWOLSKI, J. A. und LOWE, D.: Optical thin film synthesis program based on the use of Fourier transforms. *Applied Optics* (1978), Bd. 17(19): S. 3039–3050
- [Dob92] DOBROWOLSKI, J. A. und KEMP, R. A.: Flip-flop thin-film design program with enhanced capabilities. *Applied Optics* (1992), Bd. 31(19): S. 3807–3812
- [Dob97] DOBSON, Sarah L.; SUN, Pang-chen und FAINMAN, Yeshayahu: Diffractive lenses for chromatic confocal imaging. *Applied Optics* (1997), Bd. 36(20): S. 4744–4748
- [Dud01] DUDA, Richard O.; HART, Peter E. und STORK, David G.: *Pattern classification*, Wiley, New York ; Weinheim u.a. (2001)
- [Dwy07] DWYER, Peter J.; DIMARZIO, Charles A. und RAJADHYAKSHA, Milind: Confocal theta line-scanning microscope for imaging human tissues. *Applied Optics* (2007), Bd. 46(10): S. 1843–1851
- [Fen59] FEND, A. V.: On the Attainment of Cramér-Rao and Bhattacharyya Bounds for the Variance of an Estimate. *The Annals of Mathematical Statistics* (1959), Bd. 30(2): S. 381–388

- [Foc14] (Heruntergeladen am 6. August 2014), URL http://www.focalspec.com/files/5413/5219/9893/FocalSpec_SQM_1200_.pdf
- [Fon95] FONG, Andrew und HIEFTJE, Gary M.: Simple Near-Infrared Spectrometric Sorption-Based Vapor Sensor. *Applied Spectroscopy* (1995), Bd. 49(9): S. 1261–1267
- [Fre10] FREI, Bernhard; PRAYAGI, P.; SCHNITZLEIN, M.; KAUR, M. und MESSMER, M.: Spektrale Schätzung in Inline-Bildinspektionssystemen mittels 6-12 kanaliger CCD-Zeilensensoren, in: *Tagungsband der Beiträge zum 16. Farbworkshop*, German Color Group, S. 28–39
- [Fur92] FURMAN, Sh. A. und TIKHONRAVOV, A. V.: *Basics of optics of multi-layer systems*, Bd. 1, Atlantica Séguier Frontières (1992)
- [Gar08] GARZÓN, Johnson; GHARBI, Tijani und MENESES, Jaime: Real time determination of the optical thickness and topography of tissues by chromatic confocal microscopy. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* (2008), Bd. 10: S. 104028
- [Gen96] GENG, Z. Jason: Rainbow three-dimensional camera: new concept of high-speed three-dimensional vision systems. *Optical Engineering* (1996), Bd. 35(2): S. 376
- [Gro11] GRONLE, Marc; LYDA, Wolfram; MAUCH, Florian und OSTEN, Wolfgang: Laterally chromatically dispersed, spectrally encoded interferometer. *Applied Optics* (2011), Bd. 50(23): S. 4574–4580
- [Gum08] JCGM 100:2008, in: *Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement*, Bd. 1, Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM/WG 1), Geneva (2008), S. 1–121
- [Hai04] HAIBACH, Frederick G. und MYRICK, Michael L.: Precision in Multivariate Optical Computing. *Applied Optics* (2004), Bd. 43(10): S. 2130–2140
- [Häu93] HÄUSLER, Gerd und RITTER, Dieter: Parallel three-dimensional sensing by color-coded triangulation. *Applied Optics* (1993), Bd. 32(35): S. 7164–7169

- [Hec05] HECHT, Eugene: *Optik*, Bd. 4, Oldenbourg Wissenschaftsverlag (2005)
- [Hen13] HENDRIX, Karen D.; KRUSCHWITZ, Jennifer D. und KECK, Jason: OIC 2013: Design Problem Results, in: *Optical Interference Coatings*, Optical Society of America, S. TD.1
- [Hil12] HILLENBRAND, Matthias; MITSCHUNAS, Beate; WENZEL, Christian; GREWE, Adrian; MA, Xuan; FESSER, Patrick; BICHRA, Mohamed und SINZINGER, Stefan: Hybrid hyperchromats for chromatic confocal sensor systems. *Advanced Optical Technologies* (2012), Bd. 1(3): S. 187–194
- [Hil13] HILLENBRAND, Matthias; LORENZ, Lucia; KLEINDIENST, Roman; GREWE, Adrian und SINZINGER, Stefan: Spectrally multiplexed chromatic confocal multipoint sensing. *Optics Letters* (2013), Bd. 38(22): S. 4694–4697
- [Hut88] HUTLEY, M. C. und STEVENS, R. F.: The use of a zone-plate monochromator as a displacement transducer. *Journal of Physics E: Scientific Instruments* (1988), Bd. 21(11): S. 1037
- [Ima08] IMAN, Ronald L.: Latin Hypercube Sampling, in: *Encyclopedia of Quantitative Risk Analysis and Assessment*, John Wiley & Sons, Ltd (2008)
- [Jäh05] JÄHNE, Bernd: *Digitale Bildverarbeitung*, Bd. 6, Springer DE (2005)
- [Joh93] JOHNSON, Walter E. und CRANE, Robert L.: Introduction to rugate filter technology, in: *Proc. SPIE*, Bd. 2046, S. 88–108
- [Jon93] JONES, G. R. und RUSSELL, P. C.: Chromatic modulation based metrology. *Pure and Applied Optics: Journal of the European Optical Society Part A* (1993), Bd. 2(2): S. 87–110
- [Jon98] JONES, G. R.; LI, G.; SPENCER, J. W.; ASPEY, R. A. und KONG, M. G.: Faraday current sensing employing chromatic modulation. *Optics Communications* (1998), Bd. 145(1-6): S. 203–212

- [Jon00] JONES, G R; RUSSELL, P C; VOURDAS, A; COSGRAVE, J; STERGIIOULAS, L und HABER, R: The Gabor transform basis of chromatic monitoring. *Measurement Science and Technology* (2000), Bd. 11(5): S. 489–498
- [Jon08] JONES, G. R. (Gordon Rees); DEAKIN, Anthony G. und SPENCER, Joseph W.: *Chromatic Monitoring of Complex Conditions*, CRC Press (2008)
- [Kag13] KAGERMANN, Henning; WAHLSTER, Wolfgang und HELBIG, Johannes: Umsetzungsempfehlungen für das Zukunftsprojekt Industrie 4.0–Abschlussbericht des Arbeitskreises Industrie 4.0. *Forschungsunion im Stifterverband für die Deutsche Wissenschaft. Berlin* (2013)
- [Ker10] KERANEN, H.: Determining surface and thickness (2010), US Patent App. 12/446298
- [Kim99] KIM, Tae Jin; THIO, Tineke; EBBESEN, T. W.; GRUPP, D. E. und LEZEC, H. J.: Control of optical transmission through metals perforated with subwavelength hole arrays. *Optics Letters* (1999), Bd. 24(4): S. 256–258
- [Kim13] KIM, Taejoong; KIM, Sang Hoon; DO, DukHo; YOO, Hongki und GWEON, DaeGab: Chromatic confocal microscopy with a novel wavelength detection method using transmittance. *Optics Express* (2013), Bd. 21(5): S. 6286–6294
- [Kin96] KINO, Gordon S. und CORLE, Timothy R.: *Confocal Scanning Optical Microscopy and Related Imaging Systems*, Academic Press (1996)
- [Kin04] KINO, Gordon S.; WANG, Thomas D.; CONTAG, Chris H.; MANDELLA, Michael und CHAN, Ning Y.: Performance of dual axes confocal microscope for in vivo molecular and cellular imaging, in: *Proc. SPIE*, Bd. 5324, S. 35–46
- [Koc00] KOCH, Karl-Rudolf: *Einführung in die Bayes-Statistik*, Springer DE (2000)

- [Kör04b] KÖRNER, K. D.: Optischer Sensor und Verfahren mittels Triangulation, insbesondere zur chromatischen Objekt-Tiefenabstufung (2004), Offenlegungsschrift DE2003121896
- [Kör04] KÖRNER, Klaus; RUPRECHT, Aiko K. und WIESENDANGER, Tobias F.: New approaches in depth-scanning optical metrology. *Proc. SPIE* (2004), Bd. 5457: S. 320–333
- [Laa78] LAAN, C. J. v. d. und FRANKENA, H. J.: Fast Computation Method For Derivatives Of Multilayer Stack Reflectance. *Applied Optics* (1978), Bd. 17(4): S. 538–541
- [Lar08] LAROUCHE, Stéphane und MARTINU, Ludvik: OpenFilters: open-source software for the design, optimization, and synthesis of optical filters. *Applied Optics* (2008), Bd. 47(13): S. C219–C230
- [Lea11] LEACH, Richard: *Optical Measurement of Surface Topography*, Springer (2011)
- [Lee03] LEE, Byoung-ho: Review of the present status of optical fiber sensors. *Optical Fiber Technology* (2003), Bd. 9(2): S. 57–79
- [Li14] LI, Yanghui; SHEN, Weidong; HAO, Xiang; LANG, Tingting; JIN, Shangzhong und LIU, Xu: Rugate notch filter fabricated by atomic layer deposition. *Applied Optics* (2014), Bd. 53(4): S. A270–A275
- [Lim04] LIM, S.G.; KIM, G.H.; CHOI, Y.B. und LEE, S.: Method and apparatus for measuring the three-dimensional surface shape of an object using color informations of light reflected by the object (2004), US Patent App. 10/473089
- [Lin96] LINDEK, Steffen und STELZER, Ernst H. K.: Optical transfer functions for confocal theta fluorescence microscopy. *Journal of the Optical Society of America A* (1996), Bd. 13(3): S. 479–482
- [Lin98] LIN, Paul C.; SUN, Pang-Chen; ZHU, Lijun und FAINMAN, Yeshaiahu: Single-Shot Depth-Section Imaging Through Chromatic Slit-Scan Confocal Microscopy. *Applied Optics* (1998), Bd. 37(28): S. 6764–6770

- [Liu06] LIU, Jonathan T. C.; MANDELLA, Michael J.; FRIEDLAND, Shai; CRAWFORD, James M.; CONTAG, Christopher H.; KINO, Gordon S.; WANG, Thomas D. und SOETIKNO, Roy: Dual-axes confocal reflectance microscope for distinguishing colonic neoplasia. *Journal of Biomedical Optics* (2006), Bd. 11(5): S. 054019–054019–10
- [Liu08] LIU, Jonathan T. C.; MANDELLA, Michael J.; CRAWFORD, James M.; CONTAG, Christopher H.; WANG, Thomas D. und KINO, Gordon S.: Efficient rejection of scattered light enables deep optical sectioning in turbid media with low-numerical-aperture optics in a dual-axis confocal architecture. *Journal of Biomedical Optics* (2008), Bd. 13(3): S. 034020–034020–11
- [Liu10] LIU, Jonathan T. C.; MANDELLA, Michael J.; LOEWKE, Nathan O.; HAEBERLE, Henry; RA, Hyejun; PIYAWATTANAMETHA, Wibool; SOLGAARD, Olav; KINO, Gordon S. und CONTAG, Christopher H.: Micromirror-scanned dual-axis confocal microscope utilizing a gradient-index relay lens for image guidance during brain surgery. *Journal of Biomedical Optics* (2010), Bd. 15(2): S. 026029–026029–5
- [Loe97] LOEWEN: *Diffraction Gratings and Applications*, Taylor & Francis (1997)
- [Luo12] LUO, Ding; KUANG, Cuifang und LIU, Xu: Fiber-based chromatic confocal microscope with Gaussian fitting method. *Optics & Laser Technology* (2012), Bd. 44(4): S. 788–793
- [Mac01] MACLEOD, H. Angus: *Thin-Film Optical Filters*, Taylor & Francis, 3. Aufl. (2001)
- [Mai12] MAI, H. H.; ALBRECHT, A.; WOJDIT, C.; WANG, X.; DANEKER, V.; SETYAWATI, O.; WOIT, T.; SCHULTZ, K.; BARTELS, M. und HILLMER, H.: 3D nanoimprinted Fabry-Pérot filter arrays and methodologies for optical characterization. *Applied Physics B* (2012), Bd. 107(3): S. 755–764
- [Mar95] MARTIN, S.; RIVORY, J. und SCHOENAUER, M.: Synthesis of optical multilayer systems using genetic algorithms. *Applied Optics* (1995), Bd. 34(13): S. 2247–2254

- [Med05] MEDENDORP, Joseph und LODDER, Robert A.: Applications of integrated sensing and processing in spectroscopic imaging and sensing. *Journal of Chemometrics* (2005), Bd. 19(10): S. 533–542
- [Mic14] (Heruntergeladen am 6. August 2014), URL <http://www.micro-epsilon.de/download/products/cat--confocalDT--de.pdf>
- [Mie94] MIEDEMA, M. A. O.; VAN DEN BOS, A. und BUIST, A. H.: Experimental design of exit wave reconstruction from a transmission electron microscope defocus series. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* (1994), Bd. 43(2): S. 181–186
- [Min57] MINSKY, Marvin und MINSKY, Marvin: Microscopy Apparatus (1957), US Patent US3013467 A
- [Mol84] MOLESINI, G.; PEDRINI, G.; POGGI, P. und QUERCIOLO, F.: Focus-wavelength encoded optical profilometer. *Optics Communications* (1984), Bd. 49(4): S. 229 – 233
- [Mor77] MORGAN, D.R.: Spectral Absorption Pattern Detection and Estimation. I. Analytical Techniques. *Applied Spectroscopy* (1977), Bd. 31(5): S. 404–415
- [Mul02] MULLER, Michiel: *Introduction to confocal fluorescence microscopy*, SPIE Press (2002)
- [Myr01] MYRICK, M. L.; SOYEMI, O.; LI, H.; ZHANG, L. und EASTWOOD, D.: Spectral tolerance determination for multivariate optical element design. *Fresenius' Journal of Analytical Chemistry* (2001), Bd. 369(3-4): S. 351–355
- [Myr02] MYRICK, M. L.; SOYEMI, O.; KARUNAMUNI, J.; EASTWOOD, D.; LI, H.; ZHANG, L.; GREER, A. E. und GEMPERLINE, P.: A single-element all-optical approach to chemometric prediction. *Vibrational Spectroscopy* (2002), Bd. 28(1): S. 73–81
- [Nel98] NELSON, Matthew P.; AUST, Jeffrey F.; DOBROWOLSKI, J. A.; VERLY, P. G. und MYRICK, M. L.: Multivariate Optical Computation for

- Predictive Spectroscopy. *Analytical Chemistry* (1998), Bd. 70(1): S. 73–82
- [Orf10] ORFANIDIS, Sophocles J.: *Electromagnetic Waves and Antennas*, Rutgers University, ECE Department (2010)
- [Pag04] PAGES, J.; SALVI, J. und FOREST, J.: A new optimised De Bruijn coding strategy for structured light patterns, in: *Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition, ICPR 2004*, Bd. 4, S. 284–287
- [Pag05] PAGÉS, Jordi; SALVI, Joaquim; COLLEWET, Christophe und FOREST, Josep: Optimised De Bruijn patterns for one-shot shape acquisition. *Image and Vision Computing* (2005), Bd. 23(8): S. 707 – 720
- [Paw06] PAWLEY, James: *Handbook of Biological Confocal Microscopy*, Springer, New York, NY, 3. Aufl. (2006)
- [Pha10] PHARR, Matt und HUMPHREYS, Greg: *Physically Based Rendering: From Theory to Implementation*, Morgan Kaufmann (2010)
- [Pit03] PITRIS, Costas; BOUMA, Brett E.; SHISHKOV, Milen; BOUDOUX, Caroline und TEARNEY, Guillermo J.: GRISM-based probe for spectrally encoded confocal microscopy, in: *Opt. Express*, Bd. 5139, S. 139–146
- [Pra99] PRAKASH, Anna M. C.; STELLMAN, Christopher M. und BOOKSH, Karl S.: Optical regression: a method for improving quantitative precision of multivariate prediction with single channel spectrometers. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* (1999), Bd. 46(2): S. 265–274
- [Pre14] (Heruntergeladen am 6. August 2014), URL <http://www.precitec.de/en/products/optical-measuring-technology/chrocodile-cls/>
- [Ric81] RICHTER, Manfred: *Einführung in die Farbmeterik*, de Gruyter, Berlin (1981)

- [Rup04a] RUPRECHT, A. K.; WIESENDANGER, T. F. und TIZIANI, H. J.: Chromatic confocal microscopy with a finite pinhole size. *Opt. Lett.* (2004), Bd. 29(18): S. 2130–2132
- [Rup04b] RUPRECHT, Aiko K.; KÖRNER, Klaus; WIESENDANGER, Tobias F.; TIZIANI, Hans J. und OSTEN, Wolfgang: Chromatic confocal detection for high-speed microtopography measurements, in: *Proc. SPIE*, Bd. 5302, S. 53–60
- [Rup08] RUPRECHT, Aiko: *Konfokale Sensorik zur Hochgeschwindigkeits-Topografiemessung technischer Objekte*, Institut für Technische Optik, Universität Stuttgart (2008)
- [Rus98] RUSSELL, P. C.; SPENCER, J. W. und JONES, G. R.: Optical fibre sensing for intelligent monitoring using chromatic methodologies. *Sensor Review* (1998), Bd. 18(1): S. 44–48
- [Sal98] SALVI, J.; BATLLE, J. und MOUADDIB, E.: A Robust-coded Pattern Projection for Dynamic 3D Scene Measurement. *Pattern Recogn. Lett.* (1998), Bd. 19(11): S. 1055–1065
- [Sal99] SALOMON, David: *Computer Graphics and Geometric Modeling*, Springer (1999)
- [Sal08] SALEH, Bahaa E. A. und TEICH, Malvin Carl: *Grundlagen der Photonik*, Wiley-VCH, 2. Aufl. (2008)
- [Sam10] SAMANIEGO, Francisco J.: *A Comparison of the Bayesian and Frequentist Approaches to Estimation*, Springer (2010)
- [San11] SANTI, Peter A.: Light Sheet Fluorescence Microscopy: A Review. *Journal of Histochemistry & Cytochemistry* (2011), Bd. 59(2): S. 129–138
- [Sat99] SATO, Tatsuo: Multispectral pattern projection range finder, in: *Proc. SPIE*, Bd. 3640, SPIE, S. 28–37
- [She88] SHEPPARD, C.J.R. und MAO, X.Q.: Confocal Microscopes with Slit Apertures. *Journal of Modern Optics* (1988), Bd. 35(7): S. 1169–1185

- [She95] SHEPPARD, C. J. R.: Fundamental reduction of the observation volume in far-field light microscopy by detection orthogonal to the illumination axis: Confocal theta microscopy. *Optics Communications* (1995), Bd. 119(5-6): S. 693–695
- [Shi04] SHI, Kebin; LI, Peng; YIN, Shizhuo und LIU, Zhiwen: Chromatic confocal microscopy using supercontinuum light. *Optics Express* (2004), Bd. 12(10): S. 2096–2101
- [Shi06] SHI, Kebin; NAM, Sung Hyun; LI, Peng; YIN, Shizhuo und LIU, Zhiwen: Wavelength division multiplexed confocal microscopy using supercontinuum. *Optics Communications* (2006), Bd. 263(2): S. 156–162
- [Sim07] SIMON, Blair und DIMARZIO, Charles A.: Simulation of a theta line-scanning confocal microscope. *Journal of Biomedical Optics* (2007), Bd. 12(6): S. 064020–064020–9
- [Smi78] SMITH, Alvy Ray: Color gamut transform pairs, in: *Proceedings of the 5th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '78, ACM, New York, S. 12–19
- [Ste94] STELZER, Ernst H.K. und LINDEK, Steffen: Fundamental reduction of the observation volume in far-field light microscopy by detection orthogonal to the illumination axis: confocal theta microscopy. *Optics Communications* (1994), Bd. 111(5–6): S. 536–547
- [Ste95] STELZER, Ernst H.; CREMER, Christoph und LINDEK, Steffen: Theory and Applications of Confocal Theta Microscopy. *Focus on Microscopy* (1995), Bd. 95
- [Sti14] (Heruntergeladen am 6. August 2014), URL http://www.stilsa.com/catalog2/pdf/STILSA_MPLS.pdf
- [Stö93] STÖSSEL, Wolfgang: *Fourieroptik: eine Einführung*, Springer Berlin, Heidelberg (1993)
- [Sul96] SULLIVAN, Brian T. und DOBROWOLSKI, J. A.: Implementation of a numerical needle method for thin-film design. *Appl. Opt.* (1996), Bd. 35(28): S. 5484–5492

- [Taj90] TAJIMA, J. und IWAKAWA, M.: 3-D data acquisition by Rainbow Range Finder, in: *10th International Conference on Pattern Recognition, 1990*, Bd. 1, S. 309–313
- [Tan02] TANAAMI, Takeo; OTSUKI, Shinya; TOMOSADA, Nobuhiro; KOSUGI, Yasuhito; SHIMIZU, Mizuho und ISHIDA, Hideyuki: High-Speed 1-Frame/ms Scanning Confocal Microscope with a Microlens and Nipkow Disks. *Applied Optics* (2002), Bd. 41(22): S. 4704–4708
- [Tap11] TAPHANEL, Miro: Vorrichtung zur optischen Bestimmung der Oberflächengeometrie einer dreidimensionalen Probe (2011), Patent DE1020111175230
- [Tap12a] TAPHANEL, Miro: Optical preprocessing in spectroscopy, in: *Proceedings of the 2011 Joint Workshop of Fraunhofer IOSB and Institute for Anthropomatics, Vision and Fusion Laboratory*, KIT Scientific Publishing, S. 163–174
- [Tap12b] TAPHANEL, Miro und BEYERER, Jürgen: Fast 3D in-line sensor for specular and diffuse surfaces combining the chromatic confocal and triangulation principle, in: *Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2012 IEEE International*, S. 1072–1077
- [Tap12c] TAPHANEL, Miro und BEYERER, Jürgen: Physikalisch motivierte mehrdimensionale Farbraumtransformation, in: *Tagungsband Workshop Farbbildverarbeitung*, Bd. 18, Darmstadt, S. 61–73
- [Tap12d] TAPHANEL, Miro; GRUNA, Robin und BEYERER, Jürgen: Materialidentifikation mittels optisch realisierter Kreuzkorrelation der Reflektanzspektren. *Technisches Messen* (2012), Bd. 79(4): S. 202–209
- [Tap13a] TAPHANEL, Miro: Filter Optimization Approach for a Chromatic Confocal Triangulation Sensor, in: *Proceedings of the 2012 Joint Workshop of Fraunhofer IOSB and Institute for Anthropomatics, Vision and Fusion Laboratory*, Bd. 13, KIT Scientific Publishing, Karlsruhe (2013), S. 101–112

- [Tap13b] TAPHANEL, Miro; HOVESTREYDT, Bastiaan und BEYERER, Jürgen: Speed-up chromatic sensors by optimized optical filters. *SPIE Optical Metrology 2013* (2013): S. 87880–87880
- [Tap13c] TAPHANEL, Miro; RADEMACHER, Daniel und VERGÖHL, Michael: Impact of Thin Film Fabrication to the Optimization Process of a Multispectral Chromatic Camera, in: *Optical Interference Coatings*, Optical Society of America, S. TD.2
- [Tap14a] TAPHANEL, Miro: A Frequentistic and a Bayesian Approach for Optimal Optical Filterdesign, in: *Proceedings of the 2013 Joint Workshop of Fraunhofer IOSB and Institute for Anthropomatics, Vision and Fusion Laboratory*, KIT Scientific Publishing, S. 127–137
- [Tap14b] TAPHANEL, Miro und BEYERER, Jürgen: Optimale Interferenzfilter für die chromatisch konfokale 3D Messtechnik im Sinne von Bayes, in: *XXVIII. Messtechnisches Symposium des Arbeitskreises der Hochschullehrer für Messtechnik e.V.*, Shaker, Saarbrücken, (unveröffentlicht)
- [Tap14c] TAPHANEL, Miro und ZINK, Ralf: Chromatisch konfokale Sensoranordnung (2014), Patentanmeldung (unveröffentlicht)
- [Tik96] TIKHONRAVOV, Alexander V.; TRUBETSKOV, Michael K. und DEBELL, Gary W.: Application of the needle optimization technique to the design of optical coatings. *Applied Optics* (1996), Bd. 35(28): S. 5493–5508
- [Tik07] TIKHONRAVOV, A. V.; TRUBETSKOV, M. K. und DEBELL, G. W.: Optical coating design approaches based on the needle optimization technique. *Applied Optics* (2007), Bd. 46(5): S. 704
- [Tiz94] TIZIANI, H. J. und UHDE, H.-M.: Three-dimensional image sensing by chromatic confocal microscopy. *Applied Optics* (1994), Bd. 33(10): S. 1838–1843
- [Tiz00] TIZIANI, Hans J.; WEGNER, Michael und STEUDLE, Daniela: Confocal principle for macro- and microscopic surface and defect analysis. *Optical Engineering* (2000), Bd. 39(1): S. 32–39

- [Tre07] TREES, Harry L. Van und BELL, Kristine L.: *Bayesian Bounds for Parameter Estimation and Nonlinear Filtering/Tracking*, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 1. Aufl. (2007)
- [VA02] VAN AERT, S.; DEN DEKKER, A. J.; VAN DYCK, D. und VAN DEN BOS, A.: Optimal experimental design of STEM measurement of atom column positions. *Ultramicroscopy* (2002), Bd. 90(4): S. 273–289
- [vdB07] VAN DEN BOS, Adriaan: *Parameter Estimation for Scientists and Engineers*, John Wiley & Sons (2007)
- [Vdi10] VDI/VDE 2655 Blatt 1.2, in: *Optische Messtechnik an Mikrotopografien - Kalibrieren von konfokalen Mikroskopen und Tiefeneinstellnormalen für die Rauheitsmessung*, Beuth Verlag (2010)
- [Ver96] VERLY, P. G.: Fourier transform technique with refinement in the frequency domain for the synthesis of optical thin films. *Applied Optics* (1996), Bd. 35(25): S. 5148–5154
- [Ver97] VERLY, P. G.; TIKHONRAVOV, A. V. und TRUBETSKOV, M. K.: Efficient refinement algorithm for the synthesis of inhomogeneous optical coatings. *Applied Optics* (1997), Bd. 36(7): S. 1487–1495
- [Ver01] VERLY, Pierre G.: Modified Needle Method with Simultaneous Thickness and Refractive-Index Refinement for the Synthesis of Inhomogeneous and Multilayer Optical Thin Films. *Applied Optics* (2001), Bd. 40(31): S. 5718–5725
- [Ver08] VERLY, Pierre G.: Hybrid approach for rugate filter design. *Applied Optics* (2008), Bd. 47(13): S. C172
- [vT11] VON TOUSSAINT, Udo: Bayesian inference in physics. *Reviews of Modern Physics* (2011), Bd. 83: S. 943–999
- [Wan03] WANG, Thomas D.; MANDELLA, Michael J.; CONTAG, Christopher H. und KINO, Gordon S.: Dual-axis confocal microscope for high-resolution in vivo imaging. *Optics Letters* (2003), Bd. 28(6): S. 414–416

- [Wan13] WANG, D.; CHEN, Y.; WANG, Y. und LIU, J. T. C.: Comparison of line-scanned and point-scanned dual-axis confocal microscope performance. *Optics Letters* (2013), Bd. 38(24): S. 5280–5283
- [Web99a] WEBB, R.H.: Confocal scanning microscope with angled objective lenses for improved axial resolution (1999), US Patent 5973828
- [Web99b] WEBB, Robert H. und ROGOMENTICH, Fran: Confocal Microscope with Large Field and Working Distance. *Applied Optics* (1999), Bd. 38(22): S. 4870–4875
- [Wie12] WIESER, R.F.: Method and device for optically measuring the surface of a product (2012), US Patent App. 13/201808
- [Wil84] WILSON, Tony und SHEPPARD, Colin: *Theory and practice of scanning optical microscopy*, London: Academic Press (1984)
- [Wil89] WILD, Walter J.: Analytic improvement of Sossi's Q function. *Appl. Opt.* (1989), Bd. 28(16): S. 3272–3273
- [Wil90a] WILSON, T. und HEWLETT, S. J.: Imaging in scanning microscopes with slit-shaped detectors. *Journal of Microscopy* (1990), Bd. 160(2): S. 115–139
- [Wil90b] WILSON, Tony: *Confocal microscopy*, London: Academic Press (1990)
- [Wol06] WOLLESCHENSKY, Ralf; ZIMMERMANN, Bernhard und KEMPE, Michael: High-speed confocal fluorescence imaging with a novel line scanning microscope. *Journal of Biomedical Optics* (2006), Bd. 11(6): S. 064011–064011–14
- [Wus91] WUST, Clarence und CAPSON, David W.: Surface profile measurement using color fringe projection. *Machine Vision and Applications* (1991), Bd. 4(3): S. 193–203
- [Yan01] YANG, Jinn-Moon und KAO, Cheng-Yan: Efficient Evolutionary Algorithm for the Thin-Film Synthesis of Inhomogeneous Optical Coatings. *Applied Optics* (2001), Bd. 40(19): S. 3256–3267

- [Yas03] YASUNO, Yoshiaki; MAKITA, Shuichi; YATAGAI, Toyohiko; WIESENDANGER, Tobias; RUPRECHT, Aiko und TIZIANI, Hans: Non-mechanically-axial-scanning confocal microscope using adaptive mirror switching. *Optics Express* (2003), Bd. 11(1): S. 54–60
- [Zha07] ZHANG, Bo; ZERUBIA, Josiane und OLIVO-MARIN, Jean-Christophe: Gaussian approximations of fluorescence microscope point-spread function models. *Applied Optics* (2007), Bd. 46(10): S. 1819–1829
- [Zin13] ZINTH, Wolfgang und ZINTH, Ursula: *Optik: Lichtstrahlen - Wellen - Photonen*, Oldenbourg Wissenschaftsverlag (2013)

Eigene Veröffentlichungen

- [Tap11] TAPHANEL, Miro: Vorrichtung zur optischen Bestimmung der Oberflächengeometrie einer dreidimensionalen Probe (2011), Patent DE1020111175230
- [Tap12a] TAPHANEL, Miro: Optical preprocessing in spectroscopy, in: *Proceedings of the 2011 Joint Workshop of Fraunhofer IOSB and Institute for Anthropomatics, Vision and Fusion Laboratory*, KIT Scientific Publishing, S. 163–174
- [Tap12b] TAPHANEL, Miro und BEYERER, Jürgen: Fast 3D in-line sensor for specular and diffuse surfaces combining the chromatic confocal and triangulation principle, in: *Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2012 IEEE International*, S. 1072–1077
- [Tap12c] TAPHANEL, Miro und BEYERER, Jürgen: Physikalisch motivierte mehrdimensionale Farbraumtransformation, in: *Tagungsband Workshop Farbbildverarbeitung*, Bd. 18, Darmstadt, S. 61–73
- [Tap12d] TAPHANEL, Miro; GRUNA, Robin und BEYERER, Jürgen: Materialidentifikation mittels optisch realisierter Kreuzkorrelation der Reflektanzspektren. *Technisches Messen* (2012), Bd. 79(4): S. 202–209

- [Tap13a] TAPHANEL, Miro: Filter Optimization Approach for a Chromatic Confocal Triangulation Sensor, in: *Proceedings of the 2012 Joint Workshop of Fraunhofer IOSB and Institute for Anthropomatics, Vision and Fusion Laboratory*, Bd. 13, KIT Scientific Publishing, Karlsruhe (2013), S. 101–112
- [Tap13b] TAPHANEL, Miro; HOVESTREYDT, Bastiaan und BEYERER, Jürgen: Speed-up chromatic sensors by optimized optical filters. *SPIE Optical Metrology 2013* (2013): S. 87880–87880
- [Tap13c] TAPHANEL, Miro; RADEMACHER, Daniel und VERGÖHL, Michael: Impact of Thin Film Fabrication to the Optimization Process of a Multispectral Chromatic Camera, in: *Optical Interference Coatings*, Optical Society of America, S. TD.2
- [Tap14a] TAPHANEL, Miro: A Frequentistic and a Bayesian Approach for Optimal Optical Filterdesign, in: *Proceedings of the 2013 Joint Workshop of Fraunhofer IOSB and Institute for Anthropomatics, Vision and Fusion Laboratory*, KIT Scientific Publishing, S. 127–137
- [Tap14b] TAPHANEL, Miro und BEYERER, Jürgen: Optimale Interferenzfilter für die chromatisch konfokale 3D Messtechnik im Sinne von Bayes, in: *XXVIII. Messtechnisches Symposium des Arbeitskreises der Hochschullehrer für Messtechnik e.V.*, Shaker, Saarbrücken, (unveröffentlicht)
- [Tap14c] TAPHANEL, Miro und ZINK, Ralf: Chromatisch konfokale Sensoranordnung (2014), Patentanmeldung (unveröffentlicht)

Anhang

Rotationsmatrizen für die Intensitätsnormierung

Eine n -dimensionale Rotationsmatrix \mathbf{R}_n , wie sie für die Intensitätsnormierung in Abschnitt 5.2.2 eingesetzt wird, kann folgendermaßen gebildet werden [Tap12c]. Die Rotationsmatrix

$$\mathbf{R}_n = \mathbf{R}_{n,1} \cdot \mathbf{R}_{n,2} \cdot \dots \cdot \mathbf{R}_{n,n-1}$$

setzt sich aus Teilmatrizen zusammen, die jeweils eine Rotation um eine Achse realisieren. Ziel ist eine Rotationsmatrix, welche einen Punkt der Diagonalen auf die Achse der höchsten Dimension rotiert.

Für $n = 3$ ergeben sich die *Eulerschen* Winkel

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{ und } \theta_2 = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{1}}\right)$$

und die Rotationsmatrix

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{R}_{3,2} \cdot \mathbf{R}_{3,1} = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & 0 & -\sin\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_1 & 0 & \cos\theta_1 \end{pmatrix}_{3,2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 \\ 0 & \sin\theta_2 & \cos\theta_2 \end{pmatrix}_{3,1} .$$

Für $n = 4$ ergeben sich die *Eulerschen* Winkel

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right), \theta_2 = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{ und } \theta_3 = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{1}}\right)$$

und die Rotationsmatrix

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_4 &= \mathbf{R}_{4,23} \cdot \mathbf{R}_{4,13} \cdot \mathbf{R}_{4,12} \\ &= \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & 0 & 0 & -\sin\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_1 & 0 & 0 & \cos\theta_1 \end{pmatrix}_{4,23} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_2 & 0 & -\sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sin\theta_2 & 0 & \cos\theta_2 \end{pmatrix}_{4,13} \\ &\quad \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 \\ 0 & 0 & \sin\theta_3 & \cos\theta_3 \end{pmatrix}_{4,12}. \end{aligned}$$

Für $n = 5$ ergeben sich die *Eulerschen* Winkel

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{4}}\right), \theta_2 = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right), \theta_3 = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\ \text{und } \theta_4 &= \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{1}}\right) \end{aligned}$$

und die Rotationsmatrix

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_5 &= \mathbf{R}_{5,234} \cdot \mathbf{R}_{5,134} \cdot \mathbf{R}_{5,124} \cdot \mathbf{R}_{5,123} \\
 &= \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & 0 & 0 & 0 & -\sin\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_1 & 0 & 0 & 0 & \cos\theta_1 \end{pmatrix}_{5,234} \\
 &\cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_2 & 0 & 0 & -\sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sin\theta_2 & 0 & 0 & \cos\theta_2 \end{pmatrix}_{5,134} \\
 &\cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_3 & 0 & -\sin\theta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\theta_3 & 0 & \cos\theta_3 \end{pmatrix}_{5,124} \\
 &\cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta_4 & -\sin\theta_4 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\theta_4 & \cos\theta_4 \end{pmatrix}_{5,123} .
 \end{aligned}$$

**SCHRIFTENREIHE AUTOMATISCHE SICHTPRÜFUNG UND BILDVERARBEITUNG
(ISSN 1866-5934)**

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. habil. Jürgen Beyerer

- Band 1 **JONATHAN BALZER**
Regularisierung des Deflektometrieproblems Grundlagen
und Anwendung. 2008
ISBN 978-3-86644-230-6
- Band 2 **IOANA GHEȚA**
Fusion multivariater Bildserien am Beispiel eines Kamera-Arrays. 2011
ISBN 978-3-86644-684-7
- Band 3 **STEFAN BRUNO WERLING**
Deflektometrie zur automatischen Sichtprüfung
und Rekonstruktion spiegelnder Oberflächen. 2011
ISBN 978-3-86644-687-8
- Band 4 **JAN WASSENBERG**
Efficient Algorithms for Large-Scale Image Analysis. 2012
ISBN 978-3-86644-786-8
- Band 5 **MARTIN GRAFMÜLLER**
Verfahrensfortschritte in der robusten Echtzeiterkennung
von Schriftzeichen. 2013
ISBN 978-3-86644-979-4
- Band 6 **JÜRGEN BRAUER**
Human Pose Estimation with Implicit Shape Models. 2014
ISBN 978-3-7315-0184-8
- Band 7 **MARKUS MÜLLER**
Szeneninterpretation unter Verwendung multimodaler Sensorik
und Salienzmaßen. 2017
ISBN 978-3-7315-0240-1
- Band 8 **ROBIN GRUNA**
Beleuchtungsverfahren zur problemspezifischen Bildgewinnung
für die automatische Sichtprüfung. 2015
ISBN 978-3-7315-0313-2
- Band 9 **THOMAS STEPHAN**
Beitrag zur Unterwasserbildrestauration. 2017
ISBN 978-3-7315-0579-2

- Band 10 **JAN-PHILIP JARVIS**
A Contribution to Active Infrared Laser Spectroscopy
for Remote Substance Detection. 2017
ISBN 978-3-7315-0725-3
- Band 11 **MIRO TAPHANEL**
Chromatisch konfokale Triangulation – Hochgeschwindigkeits 3D-Sensorik
auf Basis der Wellenlängenschätzung mit optimierten Filtern. 2018
ISBN 978-3-7315-0646-1

Dieses Buch behandelt einen optischen 3D-Sensor für die mikroskopische Messung einer Oberflächentopographie. Das chromatische Messprinzip kodiert die interessierende Abstandsinformation über die Wellenlänge des Lichtes. Der Stand der Forschung wird dahingehend erweitert, dass kein Spektrometer zur Messung der Wellenlänge eingesetzt wird. Stattdessen werden wenige Kamerakanäle verwendet; z.B. sechs Stück. Jeder Kamerakanal wird dabei durch einen optischen Filter in seiner spektralen Empfindlichkeit eingestellt. Die Optimierung dieser Filter bildet den Hauptteil dieser Arbeit. Als Kostenfunktion wird die Messunsicherheit minimiert, die sich aus einer physikalischen Modellierung ergibt. Als Optimierungsparameter werden die Schichtdicken von optischen Interferenzfiltern angepasst. Die wesentlichen Herausforderungen sind zum einen eine hohe Empfindlichkeit des Messsystems zu erzielen, zum anderen sicher zu stellen, dass eine Beobachtung einen eindeutigen Rückschluss auf die Messgröße erlaubt. Methodisch wird ein Bayesscher Ansatz verwendet, um alle Aspekte, die zur Messunsicherheit beitragen, ganzheitlich abzubilden. Zur numerischen Berechnung der hochdimensionalen Integrale wird eine approximative Lösung entwickelt. Die experimentellen Ergebnisse zeigen, dass wenige Kamerakanäle ausreichend sind. Dadurch können für die Anwendung deutlich schnellere 3D-Sensoren realisiert werden.

